

# Πειραματική & Υπολογιστική Προσομοίωση & Βελτιστοποίηση Αντιδραστήρα Εμβολικής Ροής - Plug Flow Reactor (PFR).

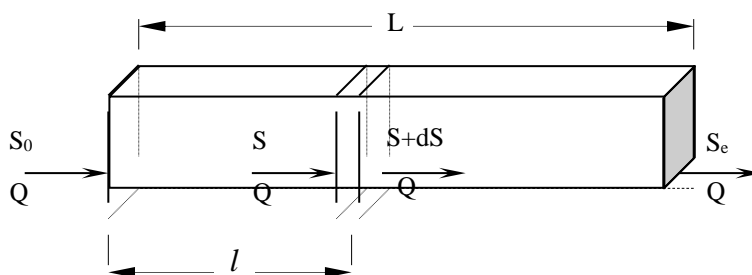
## Contents

Πειραματική & Υπολογιστική Προσομοίωση & Βελτιστοποίηση Αντιδραστήρα Εμβολικής Ροής - Plug Flow Reactor (PFR). .....	1
Εισαγωγή .....	2
Προσομοίωση συστήματος υδάτινων αποδεκτών (ποτάμι -λίμνη) .....	6
ΑΣΚΗΣΕΙΣ .....	24
Άσκηση 1. Προσδιορισμός ελάχιστης παροχής ποταμού.....	24
Άσκηση 2. Ρύπανση σε φυσικούς αποδέκτες που προσομοιάζονται με PFR και CFSTR. ....	27
Άσκηση 3. Λήψη απόφασης για την εγκατάσταση / χωροθέτηση βιομηχανικής μονάδας με περιβαλλοντικά κριτήρια. ....	29
Άσκηση 4. Προσδιορισμός ελάχιστης παροχής ποταμού.....	33

## Εισαγωγή

Πολλές βιομηχανικές διεργασίες που συνεπάγονται μετατροπή των πρώτων υλών σε προϊόντα διεξάγονται σε αυλωτό αντιδραστήρα PFR ( Plug Flow Reactor), που είναι πολύ συνηθισμένος στην πράξη. Στην περίπτωση του αντιδραστήρα με εμβολική ροή, όταν η παροχή του ρευστού είναι σχετικά μεγάλη και η διατομή του χώρου, όπου ρέει, σχετικά μικρή, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε κατά προσέγγιση ότι όλο το ρευστό ρέει με την ίδια περίπου ταχύτητα, που αντιστοιχεί στον τύπο της εμβολικής ροής, οπότε έχουμε αντιδραστήρα εμβολικής ροής (plug flow reactor, PFR) ή αυλωτό αντιδραστήρα. Κύριο χαρακτηριστικό αυτών των αντιδραστήρων είναι ότι οι συγκεντρώσεις των αντιδρώντων και των προϊόντων μεταβάλλονται κατά μήκος του αντιδραστήρα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών των αντιδραστήρων είναι οι καταλυτικοί αντιδραστήρες, με τον καταλύτη ακινητοποιημένο σε σταθερή κλίνη, μέσα από την οποία ρέει το μίγμα αντιδρώντων – προϊόντων

Σε μια απλή μετατροπή της μορφής  $A \rightarrow B$ , αν  $S$  είναι η συγκέντρωση του  $A$  σε σημείο του αντιδραστήρα που απέχει απόσταση  $l$  από την αρχή αυτού, ισχύει το παρακάτω ισοζύγιο στο τμήμα διαφορικού όγκου  $dV$  σε συνθήκες σταθεροποιημένης κατάστασης:



$$QS - Q(S + dS) + r_s dV = 0 \quad (1)$$

όπου  $Q$  = ογκομετρική παροχή,

$S_0, S_e$  = η συγκέντρωση του  $A$  στην είσοδο και την έξοδο του PFR αντίστοιχα

$r_s$  = ρυθμός κατανάλωσης του  $A$ , και ο οποίος είναι δυνατό να ακολουθεί κινητική πρώτης τάξης, οπότε:

$$r_s = \frac{dS}{dt} = -kS \quad (2)$$

Επειδή  $V = Qt$  ή  $dV = Qdt$ , η (1) γράφεται

$$-QdS - kSQdt = 0 \Rightarrow \frac{dS}{dt} = -kS \quad (3)$$

Η ολοκλήρωση της τελευταίας σχέσης δίνει :

$$\int_{S_0}^S \frac{dS}{S} = -k \int_0^t dt \Rightarrow \ln S \Big|_{S_0}^S = -kt \Rightarrow \ln \frac{S}{S_0} = -kt \Rightarrow \frac{S}{S_0} = e^{-kt} \quad (4)$$

Αν η ολοκλήρωση αναφέρεται σε ολόκληρο το μήκος  $L$  του PFR, τότε ο αντίστοιχος χρόνος  $t_L$  καλείται χρόνος παραμονής. Άρα η γενική θεωρητική σχέση που διέπει τη λειτουργία ενός αυλωτού αντιδραστήρα (PFR) είναι η ακόλουθη:

$$\frac{S_e}{S_0} = e^{-kt_L} \quad (5)$$

όπου  $S_e$  και  $S_0$  είναι η συγκέντρωση, π.χ. μιας ρυπογόνου ουσίας, στην έξοδο και την είσοδο του PFR αντίστοιχα. Υπενθυμίζεται ότι η μέση ταχύτητα  $u$  σχετίζεται με το μήκος  $l$  και το χρόνο  $t$  ως ακολούθως:

$$u = \frac{l}{t} \Rightarrow t = \frac{l}{u} \Rightarrow t_L = \frac{L}{u} \quad (6)$$

όπου  $t_L$  ο χρόνος παραμονής στον αντιδραστήρα.

$$\frac{S_e}{S_0} = e^{-k \frac{L}{u}} \quad (7)$$

Με τον προσομοιωτή του αντιδραστήρα PFR προσδιορίζουμε την ελάχιστη μέση ταχύτητα  $u$ , η οποία δίνει μέγιστη απόδοση

$$E = \frac{S_0 - S_e}{S_0} \quad \text{ή} \quad E = 1 - \frac{S_e}{S_0} \quad (8)$$

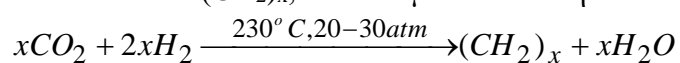
(δηλ. ελαχιστοποίηση του λόγου  $\frac{S_e}{S_0}$ ) χωρίς να δημιουργούνται συνθήκες στασιμότητας (πράγμα το οποίο θα μείωνε την απόδοση του αντιδραστήρα αφού θα του έδινε χαρακτηριστικά CFSTR).



Σχήμα 4.1. Αντιδραστήρας με πληρωτικά υλικά (σταθερής κλίνης) που χρησιμοποιεί καταλύτη κοβαλτίου / μολυβδαινίου για τη μετατροπή του αερίου ρυπαντή διοξειδίου του θείου (SO<sub>2</sub>) προς υδρόθειο (H<sub>2</sub>S), που μπορεί να μεταφερθεί / μετατραπεί περαιτέρω σε θείο (S) και να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή θειικού οξέος (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>), το οποίο είναι με τη σειρά του πρώτη ύλη για πολλά προϊόντα (π.χ. φωσφορικά και αζωτούχα λιπάσματα, κατεργασία σιδήρου / χάλυβα, εξευγενισμό πετρελαιοειδών, παραγωγή απορρυπαντικών, χρωμάτων, υφανσίμων ινών και χαρτιού).



Σχημα 4.2. Αντιδραστήρας καταλυτικής σύνθεσης υδρογονανθράκων του γενικού τύπου (CH<sub>2</sub>)<sub>x</sub>, με τη μέθοδο Fisher-Tropsch:



## ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ



Σχήμα 4.3. Κέντρο Επεξεργασίας Λυμάτων Μεταμόρφωσης (PFR)



Σχήμα 4.4. Κέντρο Επεξεργασίας Λυμάτων Ψυττάλειας

## Προσομοίωση συστήματος υδάτινων αποδεκτών (ποτάμι - λίμνη)

Η νεότερη τάση στην Διαχείριση Φυσικών Πόρων (Natural Resources Management), περιλαμβανομένου του Περιβάλλοντος, είναι της ολοκληρωμένης πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης του εξεταζομένου συστήματος, σε αντίθεση με παλαιότερες προσεγγίσεις, όπου είχαμε μονοδιάστατη προσέγγιση (συνήθως μόνο κοστολογική ή εισοδηματική) ενός μεμονωμένου μέρους του συστήματος, όπως π.χ. μιας εγκατάστασης επεξεργασίας αποβλήτων ή ενός φυσικού αποδέκτη. Η αναγκαιότητα μιας ολοκληρωμένης προσέγγισης υπήρχε ανέκαθεν αλλά τα διαθέσιμα στοιχεία/πληροφορίες, τα υποδείγματα (μοντέλα) προσομοίωσης και τα υπολογιστικά μέσα ήταν ανεπαρκή για τον προσδιορισμό αξιόπιστων λύσεων. Σήμερα, τα προβλήματα αυτά λύνονται σχετικά εύκολα με την βοήθεια Η/Υ και οι αντίστοιχες τεχνικές έχουν υιοθετηθεί όχι μόνο για τους σκοπούς της επιστημονικής έρευνας αλλά και για τους σκοπούς της καθημερινής πράξης (μελέτες περιβαλλοντικών επιπτώσεων, αποκατάσταση φυσικών αποδεκτών, πρόληψη ρύπανσης, βελτίωση ποιότητας περιβάλλοντος).

Η παρακάτω άσκηση είναι μια σχετικά απλή περίπτωση ολοκληρωμένης προσέγγισης ενός συστήματος που περιλαμβάνει φυσικούς αποδέκτες (ποτάμι, λίμνη, που αντιπροσωπεύουν την πλευρά της προσφοράς - supply side), βιομηχανικές μονάδες με εγκαταστάσεις επεξεργασίας υγρών αποβλήτων, σταθμούς ελέγχου περιβαλλοντικών παραμέτρων για την άσκηση πολιτικής πρόληψης / αποκατάστασης από μέρους της πολιτείας (π.χ. ΥΠΕΧΩΔΕ) και χρήστες του φυσικού πόρου (νερό για άρδευση ή υδατοκαλλιέργειες ή βιομηχανική χρήση) που αντιπροσωπεύουν την πλευρά της ζήτησης (demand side).

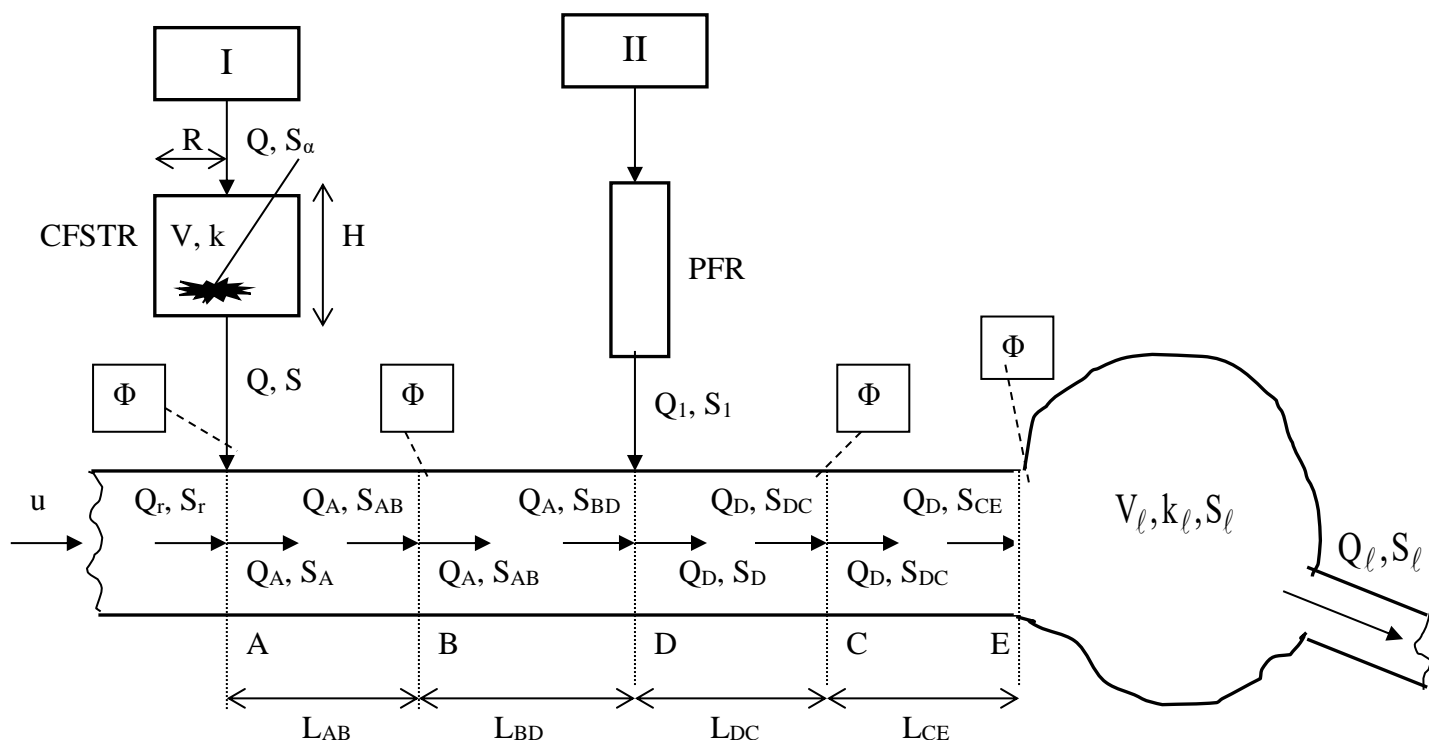
Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, έχουμε τη βιομηχανική μονάδα I που επεξεργάζεται τα υγρά απόβλητά της, παροχής  $Q$  και αρχικού BOD  $S_a$ , σε κλειστή κυλινδρική δεξαμενή βιολογικού καθαρισμού τύπου CFSTR (ύψους  $H$  και ακτίνας  $R$ ), και στη συνέχεια τα ρίχνει σε ένα ποτάμι, στο σημείο A. Η βιομηχανική μονάδα II, χρησιμοποιεί αντιδραστήρα τύπου PFR και ρίχνει τα επεξεργασμένα απόβλητα στο σημείο D του ποταμού. Στα σημεία A (στην έξοδο του CFSTR πριν την ανάμιξη των αποβλήτων με το νερό του ποταμού), B, C και στη λίμνη είναι εγκατεστημένοι σταθμοί ελέγχου, οι οποίοι σημειώνονται με το σύμβολο  $\Phi$  στο Σχήμα 1.

Ζητείται να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες, να κατασκευαστούν τα αντίστοιχα διαγράμματα και τέλος να κατασκευαστεί και να σχολιαστεί το διάγραμμα των εσόδων – εξόδων από τη διάθεση του νερού άρδευσης σε ετήσια βάση συναρτήσει του ρυθμού απορροής της λίμνης  $Q$ , από όπου προκύπτει το νεκρό σημείο (σημείο τομής των καμπυλών) άνω του οποίου έχουμε κέρδος (ίσο με τη διαφορά ή ‘άνοιγμα’ μεταξύ των δύο καμπυλών για κάθε αντίστοιχη τιμή παροχής  $Q$ ). Η ταχύτητα  $u$  των νερών του ποταμού (ο οποίος προσομοιάζεται με PFR) είναι σταθερή σε όλο το μήκος του. Η λίμνη προσομοιάζεται με CFSTR σταθερής παροχής εισόδου  $Q_D$  και εξόδου  $Q$ , γραμμικά μεταβαλλόμενου όγκου υγρής φάσης  $V_L$  και BOD  $S_L$  (οι τιμές του όγκου και του BOD την χρονική στιγμή 0 είναι  $V_0$  και  $S_0$  αντίστοιχα).

Για την επίλυση του προβλήματος θα ακολουθήσουμε τα παρακάτω στάδια, όπως φαίνονται και στο αντίστοιχο λογικό διάγραμμα.

Στάδιο 1<sup>ο</sup>

Προσομοίωση και απεικόνιση του συστήματος (Σχήμα 1), με επισήμανση των υποσυστημάτων στα οποία διακρίνεται: (α) CFSTR, (β) το τμήμα του ποταμού ανάντη του σημείου A, (γ) το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων A και B, (δ) το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων B και D, (ε) PFR, (στ) το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων D και C, (ζ) το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων C και E, (η) λίμνη και (θ) απορροή της λίμνης για άρδευση.



Σχήμα 6.1. Απεικόνιση του εξεταζόμενου συστήματος με τα υποσυστήματα της προσομοίωσης (Όπου Φ: Σταθμοί Ελέγχου).

Στάδιο 2<sup>ο</sup>

Υπολογισμός του V στο υποσύστημα (α) δηλ. τον CFSTR, έτσι ώστε το S να είναι ίσο με το maxS

$$S = \frac{S_{\alpha}}{1 + k \frac{V}{Q}} \quad \text{ή} \quad V = \frac{Q}{k} \left( \frac{S_{\alpha}}{S} - 1 \right) \quad (1)$$

### Έλεγχος Φ

Είναι το BOD  $S$  στη συγκεκριμένη θέση, μικρότερο της μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής  $\max S$ ; Αν ΟΧΙ επαναλαμβάνουμε το Στάδιο 2.

### Στάδιο 3<sup>ο</sup>

Υπολογισμός του  $S_{AB}$  στο υποσύστημα ( $\gamma$ ), δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων A και B, με συνολικό ισοζύγιο μάζας στο σημείο A

$$Q_A = Q_r + Q \quad (2)$$

ισοζύγιο μάζας για το BOD στο σημείο A

$$S_A = \frac{Q \cdot S + Q_r \cdot S_r}{Q_A} \quad \text{ή} \quad S = \frac{Q_A \cdot S_A - Q_r \cdot S_r}{Q} \quad (3)$$

και προσομοίωση του τμήματος αυτού του ποταμού με PFR

$$S_{AB} = S_A \cdot e^{-k_r \frac{L_{AB}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_A = S_{AB} \cdot e^{k_r \frac{L_{AB}}{u}} \quad (4)$$

### Έλεγχος Φ

Είναι το BOD  $S_{AB}$  στη συγκεκριμένη θέση, μικρότερο της μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής  $\max S_{AB}$ ; Αν ΟΧΙ υπολογίζεται ο όγκος  $V$  έτσι ώστε η τιμή του  $S_{AB}$  να είναι ίση με  $\max S_{AB}$ .

### Στάδιο 4<sup>ο</sup>

Υπολογισμός του  $S_{BD}$  στο υποσύστημα ( $\delta$ ), δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων B και D, με προσομοίωση του τμήματος αυτού του ποταμού με PFR

$$S_{BD} = S_{AB} \cdot e^{-k_r \frac{L_{BD}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_{AB} = S_{BD} \cdot e^{k_r \frac{L_{BD}}{u}} \quad (5)$$

**Στάδιο 5<sup>ο</sup>**

Υπολογισμός του  $S_{DC}$  στο υποσύστημα (στ) το οποίο είναι το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων D και C, με συνολικό ισοζύγιο μάζας στο σημείο D

$$Q_D = Q_A + Q_1 \quad (6)$$

ισοζύγιο μάζας για το BOD στο σημείο D

$$S_D = \frac{Q_A \cdot S_{BD} + Q_1 \cdot S_1}{Q_D} \quad \text{ή} \quad S_{BD} = \frac{Q_D \cdot S_D - Q_1 \cdot S_1}{Q_A} \quad (7)$$

και προσομοίωση του τμήματος αυτού του ποταμού με PFR

$$S_{DC} = S_D \cdot e^{-k_r \frac{L_{DC}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_D = S_{DC} \cdot e^{k_r \frac{L_{DC}}{u}} \quad (8)$$

**Έλεγχος Φ**

Είναι το BOD  $S_{DC}$  στη συγκεκριμένη θέση, μικρότερο της μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής  $\max S_{DC}$ ; Αν ΟΧΙ υπολογίζεται ο όγκος V έτσι ώστε η τιμή του  $S_{DC}$  να είναι ίση με  $\max S_{DC}$ .

**Στάδιο 6<sup>ο</sup>**

Υπολογισμός στο υποσύστημα (ζ), δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων C και E, του

$$S_{CE} = S_{DC} \cdot e^{-k_r \frac{L_{CE}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_{DC} = S_{CE} \cdot e^{k_r \frac{L_{CE}}{u}} \quad (9)$$

**Έλεγχος Φ**

Είναι το BOD  $S_{CE}$  στο σημείο E, μικρότερο της μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής  $\max S_{CE}$ ; Αν ΟΧΙ υπολογίζεται ο όγκος V έτσι ώστε η τιμή του  $S_{CE}$  να είναι ίση με  $\max S_{CE}$ .

**Στάδιο 7<sup>ο</sup>**

Στο υποσύστημα (η), δηλ. την λίμνη με συνολικό ισοζύγιο μάζας ισχύει:

$$V_{\ell}(t) = V_0 + (Q_D - Q_{\ell}) \cdot t \quad (10)$$

Προσομοιάζοντας τη λίμνη με CFSTR (ο οποίος λειτουργεί σε συνθήκες μη σταθεροποιημένης κατάστασης) και εφαρμόζοντας ισοζύγιο μάζας για το BOD υπολογίζεται

$$\frac{dS_{\ell}(t)}{dt} = \frac{Q_D \cdot [S_{CE} - S_{\ell}(t)]}{V_{\ell}(t)} - k_{\ell} \cdot S_{\ell}(t) \quad (11)$$

Γνωρίζουμε ότι, κατά προσέγγιση ισχύει, εξ ορισμού η έκφραση

$$\frac{\Delta S_{\ell}(t)}{\Delta t} \cong \frac{dS_{\ell}(t)}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{S_{\ell}(t + \Delta t) - S_{\ell}(t)}{\Delta t} = \frac{dS_{\ell}(t)}{dt} \quad \text{ή}$$

$$S_{\ell}(t + \Delta t) = S_{\ell}(t) + \frac{dS_{\ell}(t)}{dt} \cdot \Delta t \quad (12)$$

**Στάδιο 8<sup>ο</sup>**

Υπολογισμός του κόστους  $C_1$  του CFSTR με τον ευρεθέντα ελάχιστο όγκο  $V$  ο οποίος ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς.

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H \quad (13)$$

$$E_{\text{κυρτή}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H \quad (14)$$

$$E_{\text{επίπεδη}} = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \quad (15)$$

για βέλτιστο  $H=2R$ , από την σχέση (13) προκύπτει:

$$V = 2 \cdot \pi \cdot R^3 \quad (16)$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{V}{2 \cdot \pi}} \quad (17)$$

$$E_{\text{κυρτή}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \quad (18)$$

$$C_1 = C_{\text{επίπεδης}} \cdot E_{\text{επίπεδη}} + C_{\text{κυρτής}} \cdot E_{\text{κυρτή}} \quad (19)$$

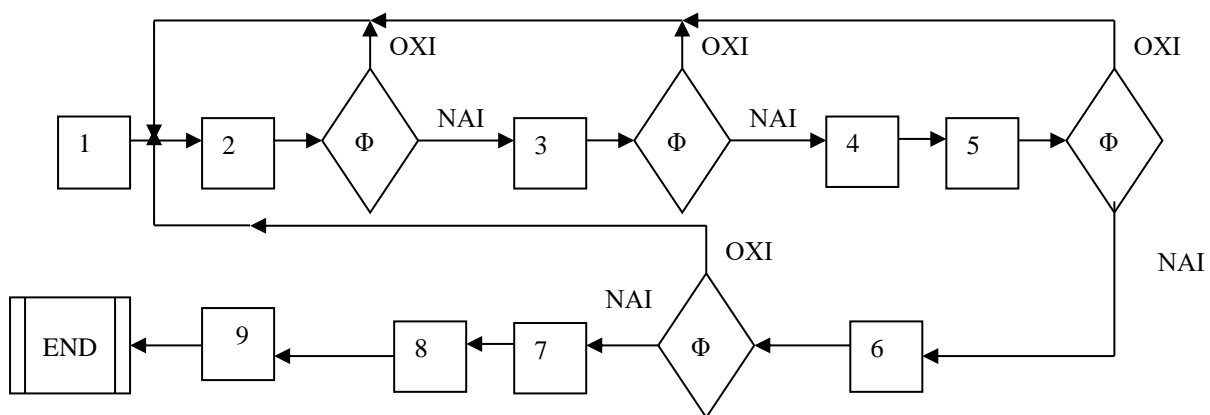
### Στάδιο 9<sup>ο</sup>

Υπολογισμός των ετησίων εξόδων από τη διάθεση του νερού άρδευσης, για συγκεκριμένο εύρος ρυθμών απορροής της λίμνης  $Q_\ell$

$$\text{έξοδα} = \frac{C_1}{20} + 0,0002 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360 \quad (20)$$

Υπολογισμός των ετησίων εσόδων από τη διάθεση του νερού άρδευσης, για το ίδιο εύρος ρυθμών απορροής της λίμνης  $Q_\ell$

$$\text{έσοδα} = 0,00028 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360 \quad (21)$$



Σχήμα 6.2. Λογικό Διάγραμμα

Δίνονται:

Πίνακας 6.1

Μέγεθος	Τιμή	Μονάδες
$S_a$	450	mg/L
$Q$	40	m <sup>3</sup> /h
$k$	0,5	h <sup>-1</sup>
$Q_r$	2000	m <sup>3</sup> /h
$S_r$	8	mg/L
$k_r$	0,01	h <sup>-1</sup>
$Q_1$	60	m <sup>3</sup> /h
$S_1$	40	mg/L
$L_{AB}$	400	m
$L_{BD}$	1000	m
$L_{DC}$	1200	m
$L_{CE}$	200	m
$u$	45	m/h
$max V_\ell$	160000	m <sup>3</sup>
<b>maxS<sub>C</sub>E</b>	<b>5,3</b>	<b>mg/L</b>

ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

Μέγεθος	Τιμή	Μονάδες
maxS	37	mg/L
maxS <sub>AB</sub>	9	mg/L
maxS <sub>DC</sub>	7	mg/L
$k_\ell$	0,01	h <sup>-1</sup>
V <sub>0</sub>	100000	m <sup>3</sup>
S <sub>0</sub>	7	mg/L
C <sub>επίπεδης</sub>	35	EURO/m <sup>2</sup>
C <sub>κυρτής</sub>	40	EURO/m <sup>2</sup>
$Q_\ell$	1000 - 2100	m <sup>3</sup> /h
$\pi$	3,141593	

Πίνακας 6.2.

L (m)	S <sub>i</sub> (mg/L)				
0	8,6	SA	8,559		
50	8,5				
100	8,4				
150	8,3				
200	8,2				
250	8,1				
300	8,0				
350	7,9				
<b>400</b>	7,8	SAB	7,831	maxSAB	9
450	7,7				
500	7,7				
550	7,6				
600	7,5				
650	7,4				
700	7,3				
750	7,2				
800	7,2				
850	7,1				
900	7,0				
950	6,9				
1000	6,9				
1050	6,8				
1100	6,7				
1150	6,6				
1200	6,6				
1250	6,5				

ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

1300	6,4				
1350	6,3				
<b>1400</b>	6,3				
1400	7,2	SD	7,234		
1450	7,2				
1500	7,1				
1550	7,0				
1600	6,9				
1650	6,8				
1700	6,8				
1750	6,7				
1800	6,6				
1850	6,5				
1900	6,5				
1950	6,4				
2000	6,3				
2050	6,3				
2100	6,2				
2150	6,1				
2200	6,1				
2250	6,0				
2300	5,9				
2350	5,9				
2400	5,8				
2450	5,7				
2500	5,7				
2550	5,6				
<b>2600</b>	5,5	SDC	5,541	maxSDC	7
2650	5,5				
2700	5,4				
2750	5,4				
2800	5,3	SCE	5,300		

Πίνακας 6.3.  $Q_\ell = 1900 \text{ m}^3/\text{h}$

t (h)	$V_\ell$ ( $\text{m}^3$ )	$\frac{dS_\ell}{dt}$ ( $\text{mg/L.h}$ )	$S_\ell$ ( $\text{mg/L}$ )
0	100000	-0,1057	7,0000
2	100400	-0,09902	6,7886
4	100800	-0,09279	6,590556
6	101200	-0,08698	6,404972
8	101600	-0,08155	6,231014
10	102000	-0,07649	6,067907
12	102400	-0,07176	5,914929
14	102800	-0,06734	5,771409
16	103200	-0,06322	5,63672
18	103600	-0,05937	5,510282
20	104000	-0,05576	5,391552

**ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ**

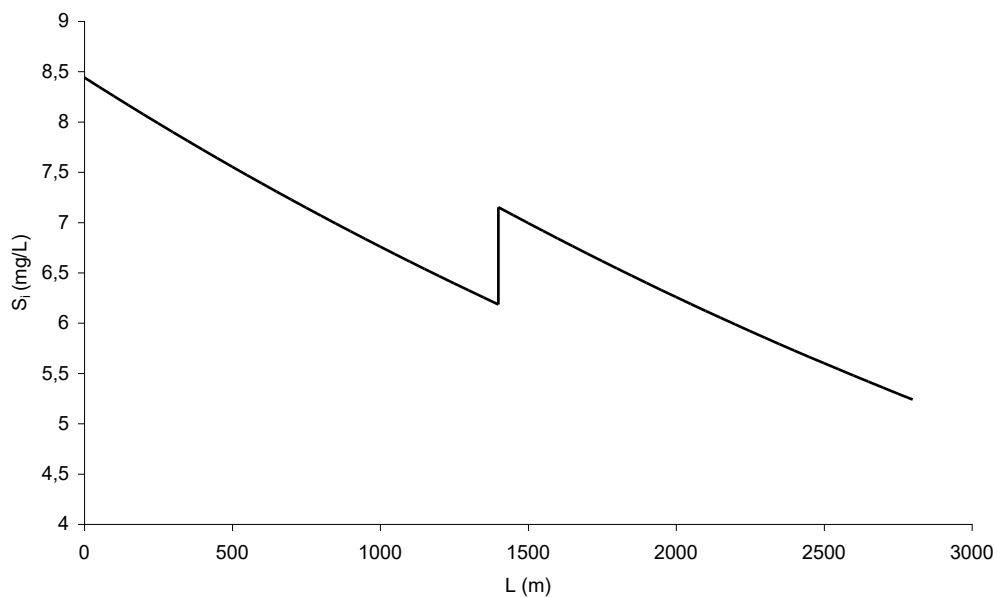
22	104400	-0,0524	5,280023
24	104800	-0,04925	5,175227
26	105200	-0,04631	5,076723
28	105600	-0,04356	4,984102
30	106000	-0,04099	4,896984
32	106400	-0,03858	4,815013
34	106800	-0,03633	4,737857
36	107200	-0,03422	4,665207
38	107600	-0,03224	4,596773
40	108000	-0,0304	4,532287
42	108400	-0,02866	4,471497
44	108800	-0,02704	4,414168
46	109200	-0,02553	4,36008
48	109600	-0,0241	4,309029
50	110000	-0,02277	4,260824
52	110400	-0,02152	4,215285
54	110800	-0,02035	4,172246
56	111200	-0,01925	4,131549
58	111600	-0,01822	4,093051
60	112000	-0,01725	4,056612
62	112400	-0,01635	4,022107
64	112800	-0,01549	3,989415
66	113200	-0,0147	3,958426
68	113600	-0,01395	3,929033
70	114000	-0,01324	3,901139
72	114400	-0,01258	3,874653
74	114800	-0,01196	3,84949
76	115200	-0,01138	3,825567
78	115600	-0,01083	3,802811
80	116000	-0,01032	3,781151
82	116400	-0,00983	3,760521
84	116800	-0,00938	3,740859
86	117200	-0,00895	3,722107
88	117600	-0,00855	3,70421
90	118000	-0,00817	3,687118
92	118400	-0,00781	3,670784
94	118800	-0,00748	3,655161
96	119200	-0,00716	3,640209
98	119600	-0,00686	3,625887
100	120000	-0,00658	3,612159
102	120400	-0,00632	3,598991
104	120800	-0,00607	3,586348
106	121200	-0,00584	3,574202
108	121600	-0,00562	3,562523
110	122000	-0,00541	3,551284
112	122400	-0,00522	3,54046
114	122800	-0,00503	3,530027
116	123200	-0,00486	3,519963
118	123600	-0,00469	3,510247
120	124000	-0,00454	3,500859

**ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ**

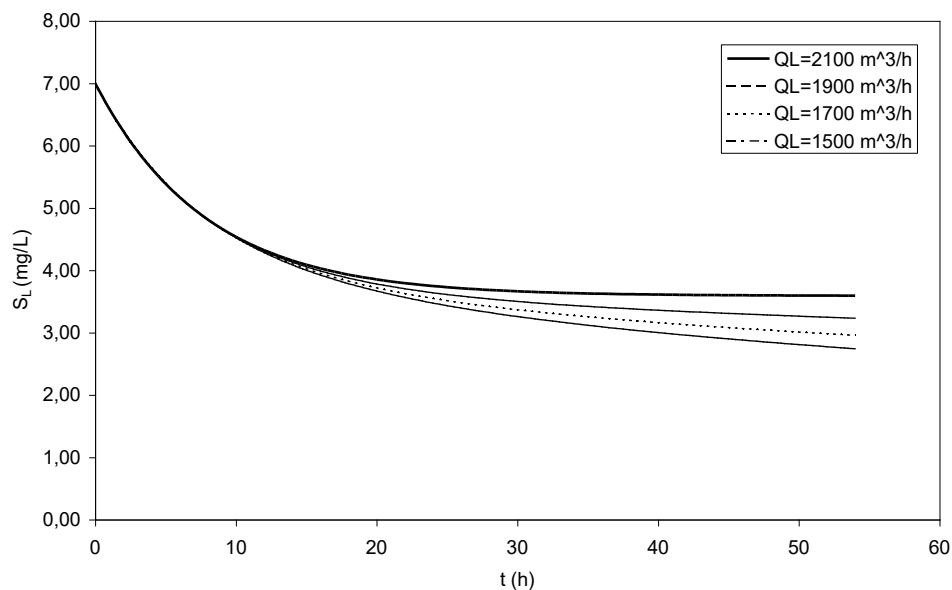
122	124400	-0,00439	3,49178
124	124800	-0,00426	3,482994
126	125200	-0,00413	3,474483
128	125600	-0,004	3,466233
130	126000	-0,00389	3,458229
132	126400	-0,00378	3,450456
134	126800	-0,00367	3,442904
136	127200	-0,00357	3,435558
138	127600	-0,00348	3,428409
140	128000	-0,00339	3,421445
142	128400	-0,00331	3,414656
144	128800	-0,00323	3,408033
146	129200	-0,00316	3,401567
148	129600	-0,00309	3,395249
150	130000	-0,00302	3,389072
152	130400	-0,00296	3,383029
154	130800	-0,0029	3,377111
156	131200	-0,00284	3,371313
158	131600	-0,00279	3,365628
160	132000	-0,00274	3,360051
162	132400	-0,00269	3,354575
164	132800	-0,00264	3,349197
166	133200	-0,0026	3,34391
168	133600	-0,00256	3,33871
170	134000	-0,00252	3,333593
172	134400	-0,00248	3,328555
174	134800	-0,00245	3,323592
176	135200	-0,00241	3,318699
178	135600	-0,00238	3,313875
180	136000	-0,00235	3,309114
182	136400	-0,00232	3,304415
184	136800	-0,00229	3,299775
186	137200	-0,00227	3,29519
188	137600	-0,00224	3,290657
190	138000	-0,00222	3,286176
192	138400	-0,00219	3,281743
194	138800	-0,00217	3,277356
196	139200	-0,00215	3,273012
198	139600	-0,00213	3,268711
200	140000	-0,00211	3,26445
202	140400	-0,00209	3,260228
204	140800	-0,00208	3,256042
206	141200	-0,00206	3,251892
208	141600	-0,00204	3,247775
210	142000	-0,00203	3,24369
212	142400	-0,00201	3,239637
214	142800	-0,002	3,235613
216	143200	-0,00198	3,231618

Πίνακας 6.4.

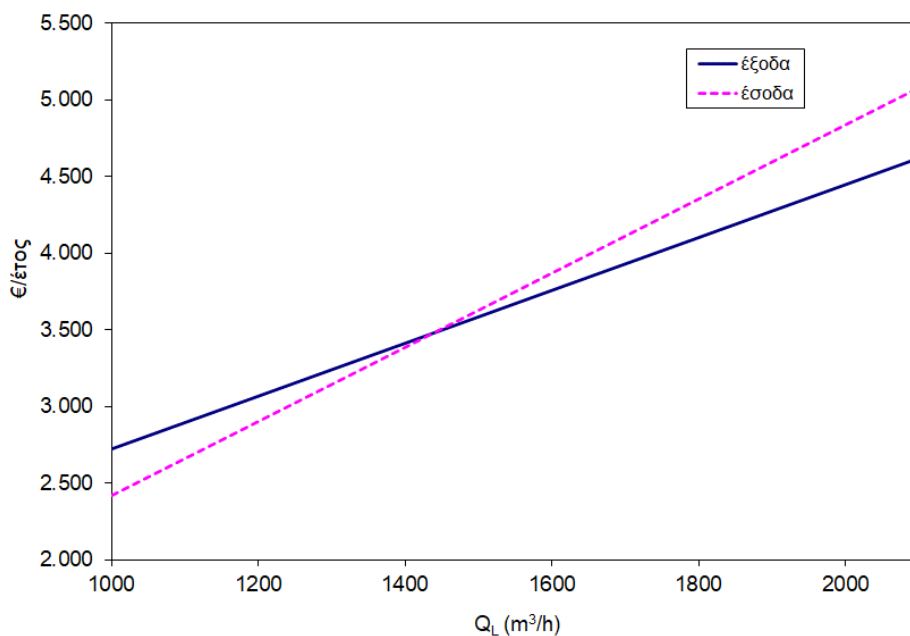
$Q_{\ell}$ m <sup>3</sup> /h	Έξοδα (€)	Έσοδα (€)	m <sup>3</sup> / year
1000	2.722	2.419	8.640.000
1100	2.894	2.661	9.504.000
1200	3.067	2.903	10.368.000
1300	3.240	3.145	11.232.000
1400	3.413	3.387	12.096.000
1500	3.586	3.629	12.960.000
1600	3.758	3.871	13.824.000
1700	3.931	4.113	14.688.000
1800	4.104	4.355	15.552.000
1900	4.277	4.596	16.416.000
2000	4.450	4.838	17.280.000
2100	4.622	5.080	18.144.000



Σχήμα 6.3. Μεταβολή του BOD κατάντη του ποταμού.



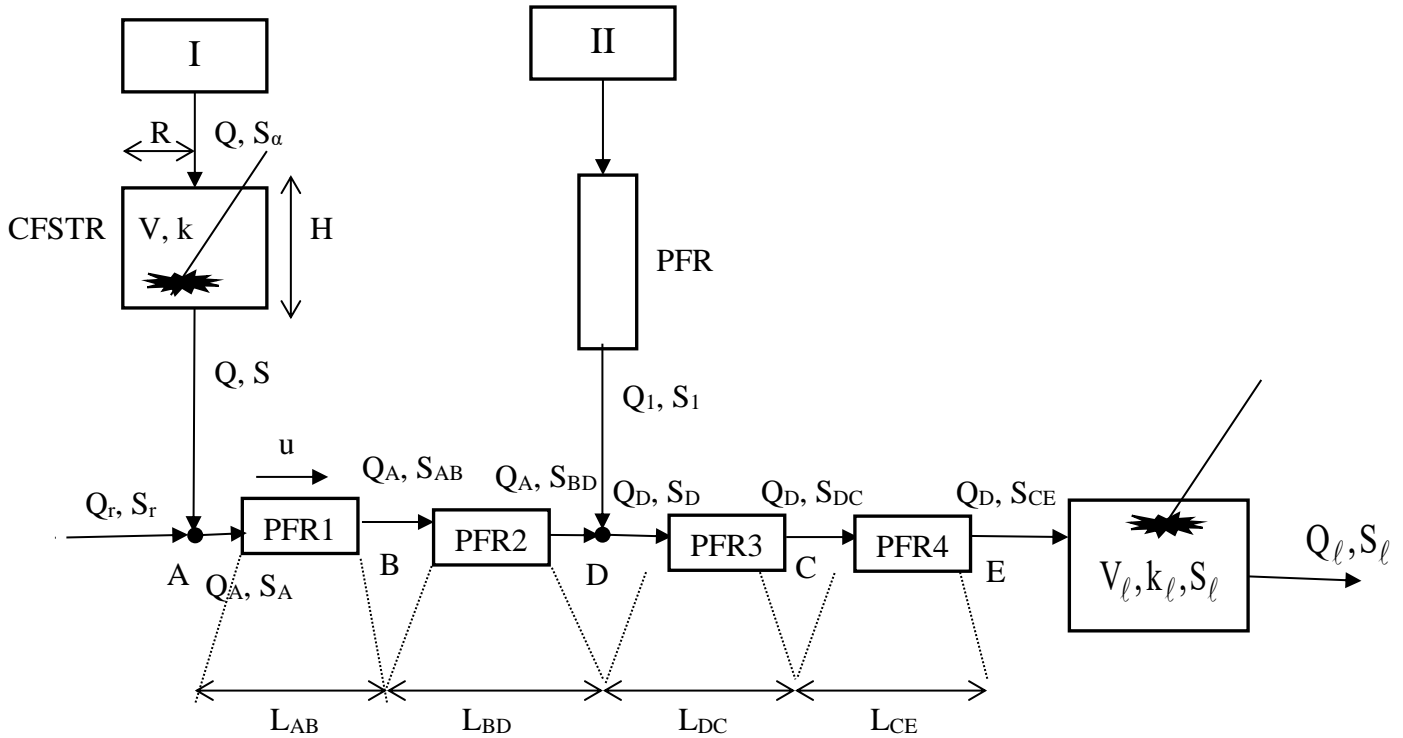
Σχήμα 6.4. Μεταβολή του BOD της λίμνης συναρτήσει του χρόνου.



Σχήμα 6.5. Διάγραμμα εσόδων - εξόδων συναρτήσει του ρυθμού απορροής της λίμνης  $Q_L$ . Το σημείο τομής των δύο ευθυγράμμων τμημάτων προσδιορίζει το νεκρό σημείο, όπου τα έξοδα είναι ίσα με τα έσοδα.

Λύση

Νέο σχήμα για τη λύση της άσκησης:



Σχήμα 6.6.

Υπολογίζεται ο όγκος  $V$  έτσι ώστε η τιμή του  $S_{CE}$  να είναι ίση με  $maxS_{CE}$ . Δηλαδή, θέτω  $S_{CE} = 5,3 \text{ mg/L}$

Υπολογισμός στο υποσύστημα (ζ) (Στάδιο 6<sup>ο</sup>), δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων C και E το οποίο προσομοιάζεται με έναν PFR, του  $S_{DC}$

$$S_{CE} = S_{DC} \cdot e^{-k_r \frac{L_{CE}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_{DC} = S_{CE} \cdot e^{k_r \frac{L_{CE}}{u}} \quad (9)$$

$$S_{DC} = 5,3 \cdot e^{0,01 \frac{200}{45}} = 5,541 \text{ mg/L}$$

Υπολογισμός του  $S_D$  στο υποσύστημα (στ) (Στάδιο 5<sup>ο</sup>) το οποίο είναι το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων D και C το οποίο προσομοιάζεται με έναν PFR,

$$S_{DC} = S_D \cdot e^{-k_r \frac{L_{DC}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_D = S_{DC} \cdot e^{k_r \frac{L_{DC}}{u}} \quad (8)$$

$$S_D = 5,541 \cdot e^{0,01 \frac{1200}{45}} = 7,234 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας για το BOD στο σημείο (κόμβος) D

$$Q_A \cdot S_{BD} + Q_1 \cdot S_1 = S_D Q_D \quad (7a)$$

$$S_{BD} = \frac{Q_D \cdot S_D - Q_1 \cdot S_1}{Q_A} = \frac{2100 \cdot 7,234 - 60 \cdot 40}{2040} = 6,270 \text{ mg/L} \quad (7)$$

Συνολικό ισοζύγιο μάζας στο σημείο (κόμβος) D

$$Q_D = Q_A + Q_1 = 2040 + 60 = 2100 \text{ m}^3/\text{h} \quad (6)$$

Συνολικό ισοζύγιο μάζας στο σημείο (κόμβος) A

$$Q_A = Q_r + Q = 2000 + 40 = 2040 \text{ m}^3/\text{h} \quad (2)$$

Υπολογισμός του  $S_{AB}$  στο υποσύστημα (δ), (Στάδιο 4<sup>ο</sup>) δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων B και D, με προσομοίωση του τμήματος αυτού του ποταμού με PFR

$$S_{BD} = S_{AB} \cdot e^{-k_r \frac{L_{BD}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_{AB} = S_{BD} \cdot e^{k_r \frac{L_{BD}}{u}} \quad (5)$$

$$S_{AB} = 6,270 \cdot e^{0,01 \frac{1000}{45}} = 7,831 \text{ mg/L}$$

Υπολογισμός του  $S_A$  στο υποσύστημα (γ), (Στάδιο 3<sup>ο</sup>), δηλ. το τμήμα του ποταμού μεταξύ των σημείων A και B, με προσομοίωση του τμήματος αυτού του ποταμού με PFR

$$S_{AB} = S_A \cdot e^{-k_r \frac{L_{AB}}{u}} \quad \text{ή} \quad S_A = S_{AB} \cdot e^{k_r \frac{L_{AB}}{u}} \quad (4)$$

$$S_A = 7,831 \cdot e^{0,01 \frac{400}{45}} = 8,559 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας για το BOD στο σημείο (κόμβος) A

$$Q \cdot S + Q_r \cdot S_r = S_A Q_A \quad (3a)$$

$$S = \frac{Q_A \cdot S_A - Q_r \cdot S_r}{Q} = \frac{2040 \cdot 8,559 - 2000 \cdot 8}{40} = 36,50 \text{ mg/L} \quad (3)$$

Υπολογισμός του  $V$  στο υποσύστημα (α) (Στάδιο 2<sup>ο</sup>) δηλ. τον CFSTR,

$$S = \frac{S_\alpha}{1 + kt}$$

$$\frac{S}{S_\alpha} = \frac{1}{1 + kt}$$

$$t = \frac{V}{Q}$$

$$\frac{S}{S_{\alpha}} = \frac{1}{1 + k \frac{V}{Q}}$$

$$V = \frac{Q}{k} \left( \frac{S_{\alpha}}{S} - 1 \right) \quad (1)$$

$$V = \frac{40}{0,5} \left( \frac{450}{36,50} - 1 \right) = 906,3 \text{ m}^3$$

Πίνακας 6.6.

V	<b>906,3 m<sup>3</sup></b>	
S	36,50 mg/L	<37 mg/L=maxS
Q <sub>A</sub>	2040 m <sup>3</sup> /h	
S <sub>A</sub>	8,559 mg/L	
S <sub>AB</sub>	7,831 mg/L	<9 mg/L =maxS <sub>AB</sub>
S <sub>BD</sub>	6,270 mg/L	
Q <sub>D</sub>	2100 m <sup>3</sup> /h	
S <sub>D</sub>	7,234 mg/L	
S <sub>DC</sub>	5,541 mg/L	<7 mg/L =maxS <sub>DC</sub>
S <sub>CE</sub>	5,30 mg/L	=5,3 mg/L =maxS <sub>CE</sub>
S <sub>ℓmax</sub>	7 mg/L	maxSL=5,3 mg/L
V <sub>ℓmax</sub>	143200 m <sup>3</sup>	<160000 m <sup>3</sup> =maxV <sub>L</sub>

Υπολογισμός του κόστους C<sub>1</sub> του CFSTR με τον ευρεθέντα ελάχιστο όγκο V ο οποίος ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς (Στάδιο 8<sup>ο</sup>).

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H \quad (13)$$

Για βέλτιστο H=2R, από την σχέση (13) προκύπτει:

$$V = 2 \cdot \pi \cdot R^3 \quad (16)$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{V}{2 \cdot \pi}} \quad (17)$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{906,3}{2 \cdot 3,141593}} = 5,24 \text{ m}$$

$$E_{\text{κυρτή}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H \quad (14)$$

$$E_{\text{κυρτή}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \quad (18)$$

$$E_{\text{κυρτή}} = 4 \cdot 3,141593 \cdot 5,24^2 = 345,62 \text{ m}^2$$

$$E_{\text{επίπεδη}} = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \quad (15)$$

$$E_{\text{επίπεδη}} = 2 \cdot 3,141593 \cdot 5,24^2 = 172,81 \text{ m}^2$$

$$C_1 = C_{\text{επίπεδης}} \cdot E_{\text{επίπεδη}} + C_{\text{κυρτής}} \cdot E_{\text{κυρτή}} \quad (19)$$

$$C_1 = 35 \cdot 172,81 + 40 \cdot 345,62 = 6048,32 + 13824,72 = 19873,04 \text{ €}$$

$\pi$	3,141593	
$R$	5,24	m
$E_{\text{επίπεδη}}$	172,81	m <sup>2</sup>
$E_{\text{κυρτή}}$	345,62	m <sup>2</sup>
$C_{\text{επίπεδη,ολ}}$	6.048,32	€
$C_{\text{κυρτή,ολ}}$	13.824,72	€
$C_1$	19.873,04	€

Στο υποσύστημα (η), (Στάδιο 7<sup>ο</sup>) δηλ. την λίμνη με συνολικό ισοζύγιο μάζας ισχύει:

$$V_{\ell} = V_0 + (Q_D - Q_{\ell}) \cdot t \quad (10)$$

$$V_{\ell} = 100000 + (2100 - Q_{\ell}) \cdot t$$

Προσομοιάζοντας τη λίμνη με CFSTR (ο οποίος λειτουργεί σε συνθήκες μη σταθεροποιημένης κατάστασης) και εφαρμόζοντας ισοζύγιο μάζας για το BOD υπολογίζεται

$$\frac{dS_{\ell}}{dt} = \frac{Q_D \cdot [S_{CE} - S_{\ell}]}{V_{\ell}} - k_{\ell} \cdot S_{\ell} \quad (11)$$

$$\frac{dS_{\ell}}{dt} = \frac{2100 \cdot [5,3 - S_{\ell}]}{100000 + (2100 - Q_{\ell}) \cdot t} - 0,01 \cdot S_{\ell}$$

Γνωρίζουμε ότι, κατά προσέγγιση ισχύει, εξ ορισμού η έκφραση

$$\frac{\Delta S_{\ell}}{\Delta t} \cong \frac{dS_{\ell}}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{S_{\ell,i+1} - S_{\ell,i}}{\Delta t} = \frac{dS_{\ell,i}}{dt} \quad \text{ή}$$

$$S_{\ell,i+1} = S_{\ell,i} + \frac{dS_{\ell,i}}{dt} \cdot \Delta t \quad (12)$$

Για  $i=1$  δίνεται  $S_{\ell,1} = S_0 = 7 \text{ mg/L}$

Για *steady state* (σταθεροποιημένη κατάσταση) θα πρέπει

$$Q_I = Q_D = 2100 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\text{Οπότε } V_I = V_0 = 100000 \text{ m}^3$$

$$S_I = \frac{S_{CE}}{1 + k_I t_I}$$

$$t_l = \frac{V_l}{Q_l} = \frac{100000}{2100} = 47,62 \text{ h}$$

$$S_l = \frac{5,30}{1 + 0,01 \cdot 47,62} = 3,590 \text{ mg/L}$$

Υπολογισμός των ετησίων εξόδων από τη διάθεση του νερού άρδευσης (**Στάδιο 9<sup>ο</sup>**), για συγκεκριμένο εύρος ρυθμών απορροής της λίμνης  $Q_\ell$

$$\text{έξοδα} = \frac{C_1}{20} + 0,0002 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360 \quad (20)$$

$$\text{έξοδα} = \frac{19873,04}{20} + 0,0002 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360$$

Υπολογισμός των ετησίων εσόδων από τη διάθεση του νερού άρδευσης, για το ίδιο εύρος ρυθμών απορροής της λίμνης  $Q_\ell$

$$\text{έσοδα} = 0,00028 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360 \quad (21)$$

*Ανάλυση Νεκρού Σημείου:*

Έσοδα=έξοδα

$$0,00028 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360 = \frac{19873,04}{20} + 0,0002 \cdot Q_\ell \cdot 24 \cdot 360$$

$$Q_\ell = 1438 \text{ m}^3/\text{h}$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

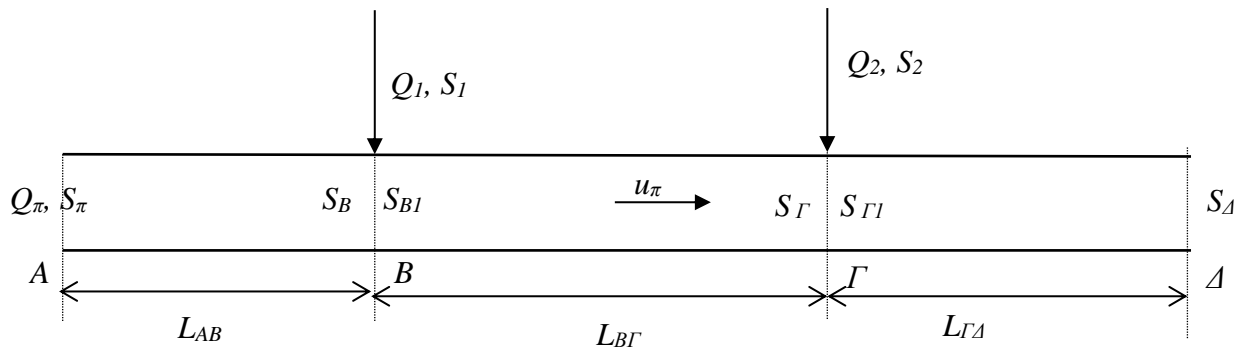
### Άσκηση 1. Προσδιορισμός ελάχιστης παροχής ποταμού.

Τα επεξεργασμένα απόβλητα δυο βιομηχανιών θα ρίχνονται σε ένα ποτάμι, στα σημεία Β και Γ. Ζητείται να προσδιοριστεί η ελάχιστη παροχή του ποταμού  $Q_{\pi}$  (σε  $\text{m}^3/\text{h}$ ) στο σημείο Α, ώστε η τιμή του BOD του ποταμού στο σημείο Δ (όπου γίνεται έλεγχος με σταθμό μέτρησης της αρμόδιας υπηρεσίας του Υπουργείου Περιβάλλοντος) να είναι  $\leq 4 \text{ mg/L}$ .

Δίνονται:

Για το ποτάμι: η τιμή του BOD του ποταμού στο σημείο Α είναι  $S_{\pi} = 18 \text{ mg/L}$ ,  $k_{\pi}=0,01 \text{ h}^{-1}$ ,  $L_{AB}=22000 \text{ m}$ ,  $L_{B\Gamma}=28000 \text{ m}$ ,  $L_{\Gamma\Delta}=26000 \text{ m}$ . Η ταχύτητα  $u_{\pi}$  των νερών του ποταμού (ο οποίος προσομοιάζεται με PFR) είναι  $300 \text{ m/h}$  σταθερή σε όλο το μήκος του.

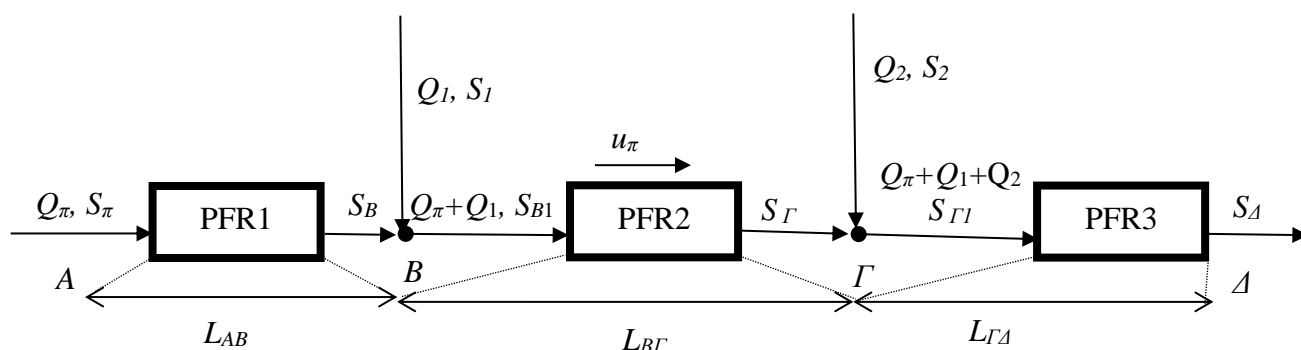
Για τα επεξεργασμένα απόβλητα των δυο βιομηχανιών:  $S_1=60 \text{ mg/L}$ ,  $Q_1=19 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $S_2=50 \text{ mg/L}$ ,  $Q_2=23 \text{ m}^3/\text{h}$ .



Υπενθυμίζεται ότι για ένα αντιδραστήρα PFR με μήκος  $L$ , ταχύτητα ροής υγρών αποβλήτων  $u$ , BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$  και παροχή  $Q$ , ισχύει ότι  $S = S_0 e^{-kt}$

, όπου  $t = \frac{L}{u}$ .

Λύση



Θέτω  $S_{\Delta}=4 \text{ mg/L}$

$$\frac{S_B}{S_{\pi}} = e^{-k_{\pi}t_1}$$

$$t_1 = \frac{L_{AB}}{u_{\pi}} = \frac{22000}{300} = 73,33h$$

$$S_B = S_{\pi}e^{-k_{\pi}t_1} = 18e^{-0,01 \cdot 73,33} = 8,645 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας BOD στον κόμβο Β

$$Q_{\pi}S_B + Q_1S_1 = (Q_{\pi} + Q_1)S_{B1}$$

$$Q_{\pi} * 8,645 + 19 * 60 = (Q_{\pi} + 19) * S_{B1} \quad (1)$$

$$\frac{S_{\Gamma}}{S_{B1}} = e^{-k_{\pi}t_2}$$

$$t_2 = \frac{L_{B\Gamma}}{u_{\pi}} = \frac{28000}{300} = 93,33 \text{ h}$$

$$\frac{S_{\Gamma}}{S_{B1}} = e^{-0,01 \cdot 93,33} = 0,39325 \quad (2)$$

Ισοζύγιο μάζας BOD στον κόμβο Γ

$$(Q_{\pi} + Q_1)S_{\Gamma} + Q_2S_2 = (Q_{\pi} + Q_1 + Q_2)S_{\Gamma1}$$

$$(Q_{\pi} + 19)S_{\Gamma} + 23 * 50 = (Q_{\pi} + 19 + 23)S_{\Gamma1} \quad (3)$$

$$\frac{S_{\Delta}}{S_{\Gamma 1}} = e^{-k_{\pi} t_3}$$

$$t_3 = \frac{L_{\Gamma \Delta}}{u_{\pi}} = \frac{26000}{300} = 86,67 \text{ h}$$

$$S_{\Gamma 1} = \frac{S_{\Delta}}{e^{-k_{\pi} t_3}} = S_{\Delta} e^{k_{\pi} t_3} = 4e^{-0,01 \cdot 86,67} = 9,516 \text{ mg/L}$$

$$(Q_{\pi} + 19)S_{\Gamma} + 23 * 50 = (Q_{\pi} + 19 + 23) * 9,516 \quad (3\alpha)$$

$$S_{\Gamma} = \frac{(Q_{\pi} + 19 + 23) * 9,516 - 23 * 50}{Q_{\pi} + 19} \quad (3\beta)$$

$$S_{B1} = \frac{S_{\Gamma}}{0,39325} \quad (2\alpha)$$

$$S_{B1} = \frac{1}{0,39325} * \frac{(Q_{\pi} + 19 + 23) * 9,516 - 23 * 50}{Q_{\pi} + 19} \quad (2\beta)$$

$$Q_{\pi} * 8,645 + 19 * 60 = (Q_{\pi} + 19) * \frac{1}{0,39325} * \frac{(Q_{\pi} + 19 + 23) * 9,516 - 23 * 50}{Q_{\pi} + 19} \quad (1\alpha)$$

Η εξίσωση (1α) απλοποιείται ως ακολούθως:

$$Q_{\pi} * 8,645 + 19 * 60 = \frac{1}{0,39325} * [(Q_{\pi} + 19 + 23) * 9,516 - 23 * 50] \quad (1\beta)$$

Επιλύουμε την εξίσωση (1β) ως προς  $Q_{\pi}$  και έχουμε:

$$Q_{\pi} * 8,645 - \frac{Q_{\pi} * 9,516}{0,39325} = \frac{[(19 + 23) * 9,516 - 23 * 50]}{0,39325} - 19 * 60 \quad (1\gamma)$$

$$Q_{\pi} = \frac{\frac{[(19 + 23) * 9,516 - 23 * 50]}{0,39325} - 19 * 60}{8,645 - \frac{9,516}{0,39325}} \quad (1\delta)$$

$$Q_{\pi} = 195,98 \text{ m}^3/\text{h}$$

Προαιρετικά υπολογίζουμε

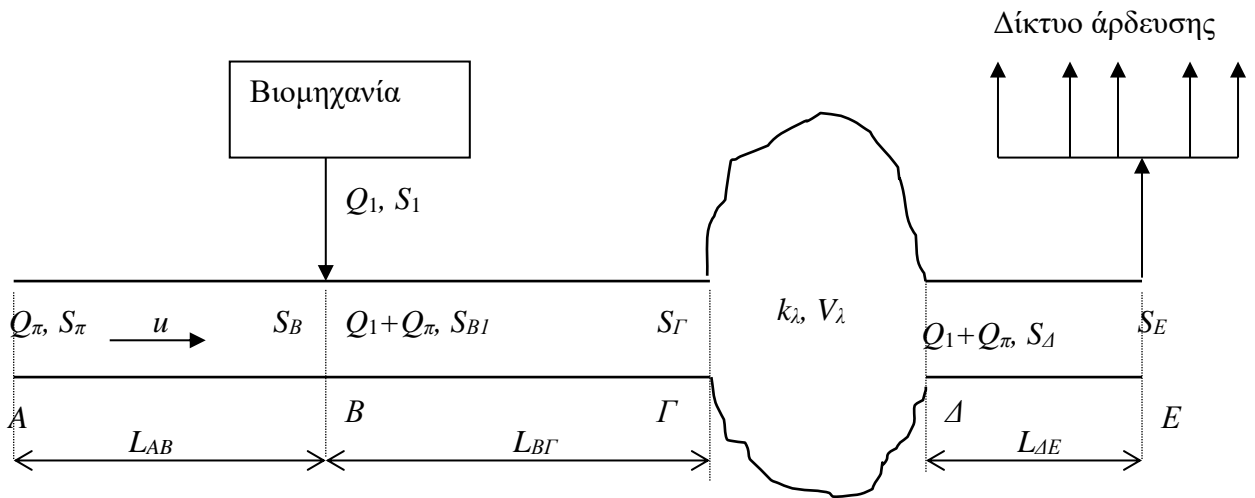
$$S_{B1} = 13,18 \text{ mg/L}$$

$$S_{\Gamma} = 5,185 \text{ mg/L}$$

Άσκηση 2. Ρύπανση σε φυσικούς αποδέκτες που προσομοιάζονται με PFR και CFSTR.

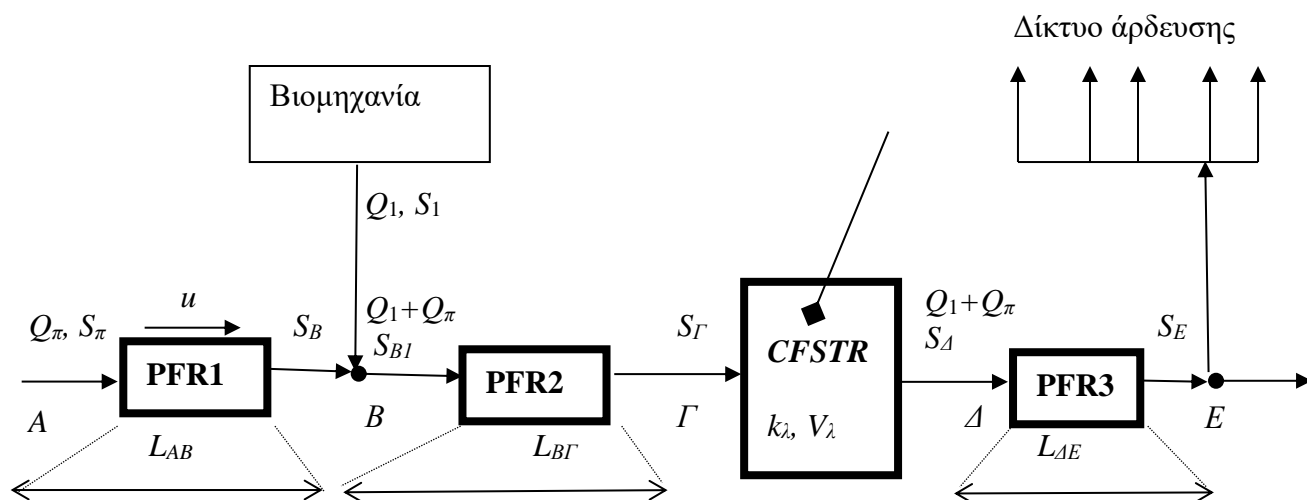
Επεξεργασμένα βιομηχανικά απόβλητα ρίχνονται σε ένα ποτάμι, στο σημείο Β. Ζητείται να προσδιοριστεί η μέγιστη επιτρεπτή τιμή του BOD  $S_1$  σε mg/L, ώστε το λαμβανόμενο νερό του ποταμού να έχει στο σημείο Ε τιμή BOD=5 mg/L (που είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή προκειμένου να χρησιμοποιηθεί στο δίκτυο άρδευσης).

Δίνονται:  $Q_1 = 35 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $S_\pi = 8 \text{ mg/L}$  (μετρημένο στο σημείο Α),  $Q_\pi = 2000 \text{ m}^3/\text{h}$  (μετρημένο στο σημείο Α),  $k_\pi = 0,02 \text{ h}^{-1}$ ,  $u = 300 \text{ m/h}$ ,  $L_{AB} = 2900 \text{ m}$ ,  $L_{B\Gamma} = 3500 \text{ m}$ ,  $V_\lambda = 12000 \text{ m}^3$  (σταθερό),  $k_\lambda = 0,01 \text{ h}^{-1}$ ,  $L_{\Delta E} = 1900 \text{ m}$ . Η ταχύτητα  $u$  των νερών του ποταμού είναι σταθερή σε όλο το μήκος του, πριν και μετά την λίμνη.



Υπενθυμίζεται ότι για ένα αντιδραστήρα PFR με μήκος  $L$ , ταχύτητα ροής υγρών αποβλήτων  $u$ , BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$ , ισχύει ότι  $S = S_0 e^{-kt}$ , όπου  $t = \frac{L}{u}$ . Για ένα αντιδραστήρα CFSTR με όγκο υγρών αποβλήτων  $V$ , BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$  και παροχή  $Q$ , ισχύει ότι  $S = \frac{S_0}{1 + kt}$ , όπου  $t = \frac{V}{Q}$ . Κάθε τμήμα του ποταμού μπορεί να προσομοιαστεί με PFR, και η λίμνη μπορεί να προσομοιαστεί με CFSTR.

Λύση



Θέτω  $S_E = 5 \text{ mg/L}$

$$t_1 = L_{AB}/u = 2900/300 = 9,667 \text{ h}$$

$$S_B = S_\pi \exp(-k_\pi t_1) = 8 * \exp(-0,02 * 9,667) = 6,594 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας BOD στον κόμβο B:

$$Q_\pi S_B + Q_1 S_1 = (Q_\pi + Q_1) S_{B1}$$

$$2000 * 6,594 + 35 * S_1 = (2000 + 35) S_{B1} \quad (1)$$

$$t_2 = L_{BF}/u = 3500/300 = 11,67 \text{ h}$$

$$S_\Gamma = S_{B1} \exp(-k_\pi t_2) = S_{B1} * \exp(-0,02 * 11,67) = S_{B1} * 0,7918 \quad (2)$$

$$t_\lambda = V_\lambda / (Q_1 + Q_\pi) = 12000 / (35 + 2000) = 5,897 \text{ h}$$

$$S_\Delta = S_\Gamma / (1 + k_\lambda t_\lambda) = S_\Gamma / (1 + 0,01 * 5,897) = S_\Gamma / 1,0589 \quad (3)$$

$$t_3 = L_{AE}/u = 1900/300 = 6,333 \text{ h}$$

$$S_E = S_\Delta \exp(-k_\pi t_3) \rightarrow 5 = S_\Delta * \exp(-0,02 * 6,333) \rightarrow S_\Delta = 5,675 \text{ mg/L}$$

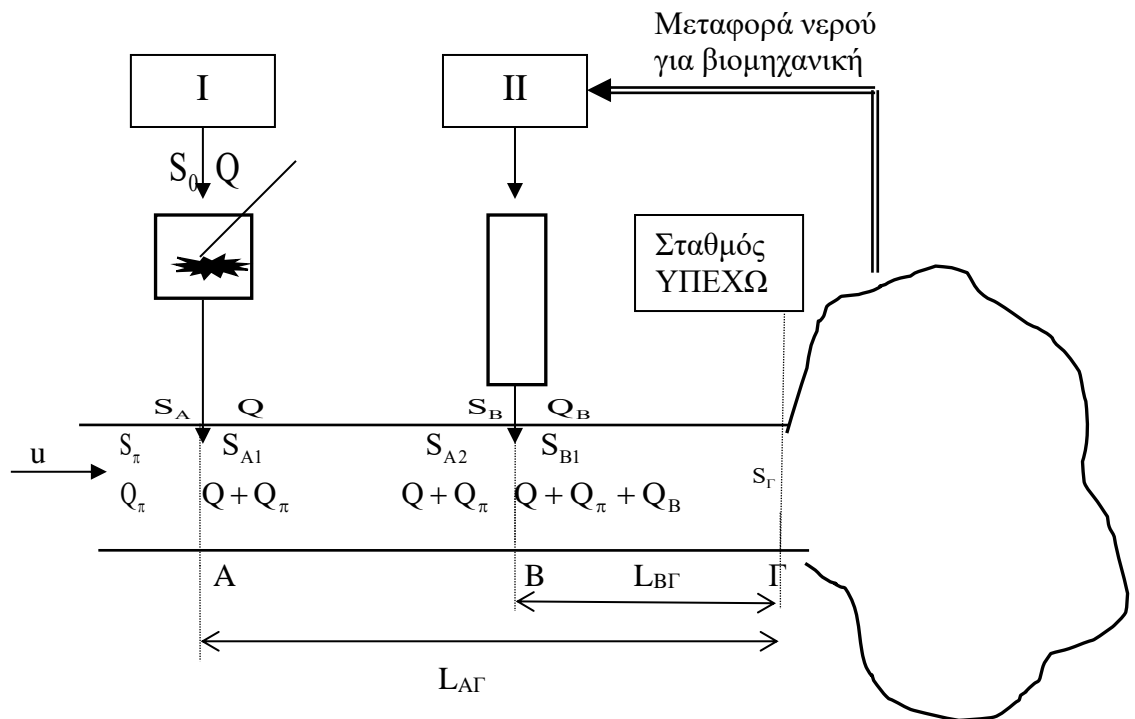
$$(3) \rightarrow S_\Gamma = 1,0589 * 5,675 = 6,010 \text{ mg/L}$$

$$(2) \rightarrow S_{B1} = 6,010 / 0,7918 = 7,589 \text{ mg/L}$$

$$(1) \rightarrow S_1 = \frac{(2000+35)S_{B1} - 2000*6,594}{35} = \frac{(2000+35)*7,589 - 2000*6,594}{35} = 64,48 \text{ mg/L}$$

Άσκηση 3. Λήψη απόφασης για την εγκατάσταση / χωροθέτηση βιομηχανικής μονάδας με περιβαλλοντικά κριτήρια.

Η βιομηχανική μονάδα I επεξεργάζεται τα απόβλητά της σε έναν αντιδραστήρα τύπου CFSTR και στη συνέχεια τα ρίχνει σε ένα ποτάμι, στο σημείο A. Πρόκειται να εγκατασταθεί μια νέα βιομηχανική μονάδα II, η οποία θα προμηθεύεται με σωληνώσεις / αντλίες νερό από τη λίμνη, θα επεξεργάζεται τα απόβλητά της σε αντιδραστήρα τύπου PFR και θα ρίχνει τα επεξεργασμένα απόβλητα σε σημείο B του ποταμού. Ζητείται να προσδιοριστεί αν η απόσταση μεταξύ των B, Γ ( $L_{BΓ}$ ) επαρκεί ώστε το BOD του ποταμού στο σημείο Γ (πριν τη λίμνη), όπου είναι εγκατεστημένος σταθμός μέτρησης του ΥΠΕΧΩΔΕ, να μην υπερβαίνει μια προκαθορισμένη τιμή  $S_Y$ , σύμφωνα με τα περιβαλλοντικά πρότυπα. Στην περίπτωση που η απόσταση δεν είναι αρκετή, να προσδιοριστεί η ελάχιστη απαιτούμενη απόσταση μεταξύ των B', Γ ( $x=L_{B'Γ}$ ), προκειμένου να ελαχιστοποιείται το κόστος μεταφοράς νερού από τη λίμνη, ώστε να τηρούνται τα περιβαλλοντικά πρότυπα. Δίνονται:  $S_0=550 \text{ mg/L}$ ,  $k=0,5 \text{ h}^{-1}$ ,  $Q=16 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $V=320 \text{ m}^3$ ,  $S_\pi=8 \text{ mg/L}$ ,  $k_\pi=0,2 \text{ h}^{-1}$ ,  $Q_\pi=240 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $u=300 \text{ m/h}$ ,  $S_B=50 \text{ mg/L}$ ,  $Q_B=9 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $L_{AΓ}=2400 \text{ m}$ ,  $L_{BΓ}=1000 \text{ m}$ ,  $S_Y=2,6 \text{ mg/L}$ . Η ταχύτητα  $u$  των νερών του ποταμού (ο οποίος προσομοιάζεται με PFR) είναι σταθερή σε όλο το μήκος του.



Όπως είναι γνωστό για ένα μεμονωμένο αντιδραστήρα CFSTR όγκου υγρής φάσης  $V$ , με BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$  και παροχή  $Q$ , ισχύει ότι  $\frac{S}{S_0} = \frac{1}{1+k\frac{V}{Q}}$ . Επίσης για

ένα αντιδραστήρα PFR με μήκος  $L$ , ταχύτητα ροής  $u$ , BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$  και παροχή  $Q$ , ισχύει ότι  $S = S_0 e^{-kt}$ , όπου  $t = \frac{L}{u}$ .

## Λύση

Ζητείται να προσδιοριστεί αν η απόσταση μεταξύ των Β, Γ ( $L_{BΓ}$ ) επαρκεί ώστε το BOD του ποταμού στο σημείο Γ (πριν τη λίμνη), όπου είναι εγκατεστημένος σταθμός μέτρησης του ΥΠΕΧΩΔΕ, να μην υπερβαίνει μια προκαθορισμένη τιμή  $S_{\gamma}$ , σύμφωνα με τα περιβαλλοντικά πρότυπα.

$$S_0=550 \text{ mg/L}, k=0,5 \text{ h}^{-1}, Q=16 \text{ m}^3/\text{h}, V=320 \text{ m}^3$$

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{320}{16} = 20 \text{ h}$$

$$S_A = \frac{S_0}{1+kt} \quad (1)$$

$$(1) \rightarrow S_A = \frac{550}{1 + 0,5 * 20} = 50 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας BOD στον κόμβο Α:

$$Q_{\pi}S_{\pi} + QS_A = (Q + Q_{\pi})S_{A1} \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow S_{A1} = (Q_{\pi}S_{\pi} + QS_A)/(Q + Q_{\pi}) \rightarrow S_{A1} = (240 * 8 + 16 * 50)/256=10,63 \text{ mg/L}$$

Έστω PFR1 το τμήμα ΑΒ του ποταμού:

$$S_{A2} = S_{A1}e^{-k_{\pi}t_1} \quad (3)$$

$$t_1 = \frac{L_{AB}}{u} = \frac{L_{AΓ}-L_{BΓ}}{u} = \frac{2400-1000}{300} = \frac{1400}{300}=4,667 \text{ h}$$

$$(3) \rightarrow S_{A2} = 10,63e^{-0,2*4,667} = 4,178 \text{ mg/L}$$

Ισοζύγιο μάζας BOD στον κόμβο Β:

$$(Q+Q_{\pi})S_{A2} + Q_B S_B = (Q + Q_{\pi} + Q_B)S_{B1} \quad (4)$$

$$(4) \rightarrow S_{B1} = [(Q+Q_{\pi})S_{A2} + Q_B S_B]/(Q + Q_{\pi} + Q_B) \rightarrow S_{B1} = [(256 * 4,178 + 9 * 50)/(265) = 5,734 \text{ mg/L}$$

Έστω PFR2 το τμήμα ΒΓ του ποταμού:

$$S_{\Gamma} = S_{B1}e^{-k_{\pi}t_2} \quad (5)$$

$$t_2 = \frac{L_{BΓ}}{u} = \frac{1000}{300}=3,333 \text{ h}$$

$$(5) \rightarrow S_{\Gamma} = 5,734e^{-0,2*3,333}=2,944 \text{ mg/L} > 2,6 \text{ mg/L}=S_{\gamma}$$

Στην περίπτωση που η απόσταση δεν είναι αρκετή, να προσδιοριστεί η ελάχιστη απαιτούμενη απόσταση μεταξύ των Β', Γ ( $x=L_{B'Γ}$ ), προκειμένου να ελαχιστοποιείται το κόστος μεταφοράς νερού από τη λίμνη, ώστε να τηρούνται τα περιβαλλοντικά πρότυπα.

$$S_{A2'} = S_{A1} e^{-k_{\pi} t_{1'}} \quad (3\alpha)$$

$$t_{1'} = \frac{L_{AB'}}{u} = \frac{L_{A\Gamma} - L_{B'\Gamma}}{u} = \frac{2400 - x}{300} \quad (6)$$

$$(3\alpha), (6) \rightarrow S_{A2'} = 10,63 e^{-0,2 * (2400 - x) / 300} \quad (7)$$

$$(Q + Q_{\pi}) S_{A2'} + Q_B S_B = (Q + Q_{\pi} + Q_B) S_{B'1} \quad (4\alpha)$$

$$S_Y = S_{B'1} e^{-k_{\pi} t_{2'}} \quad (5\alpha)$$

$$t_{2'} = \frac{L_{B'\Gamma}}{u} = \frac{x}{300} \quad (8)$$

$$(5\alpha) \rightarrow S_{B'1} = S_Y e^{k_{\pi} t_{2'}} \rightarrow S_{B'1} = 2,6 e^{0,2x/300} \quad (9)$$

$$(4\alpha), (7), (9) \rightarrow 256 * 10,63 e^{-0,2 * \frac{2400 - x}{300}} + 9 * 50 = 265 * 2,6 e^{0,2x/300} \rightarrow 256 * 10,63 e^{-0,2 * \frac{2400}{300}} e^{0,2x/300} + 9 * 50 = 265 * 2,6 e^{0,2x/300} \quad (10)$$

Έστω

$$y = e^{0,2x/300} \quad (11)$$

$$(10), (11) \rightarrow 256 * 10,63 e^{-0,2 * \frac{2400}{300}} y + 9 * 50 = 265 * 2,6 y$$

$$549,2y + 450 = 689y$$

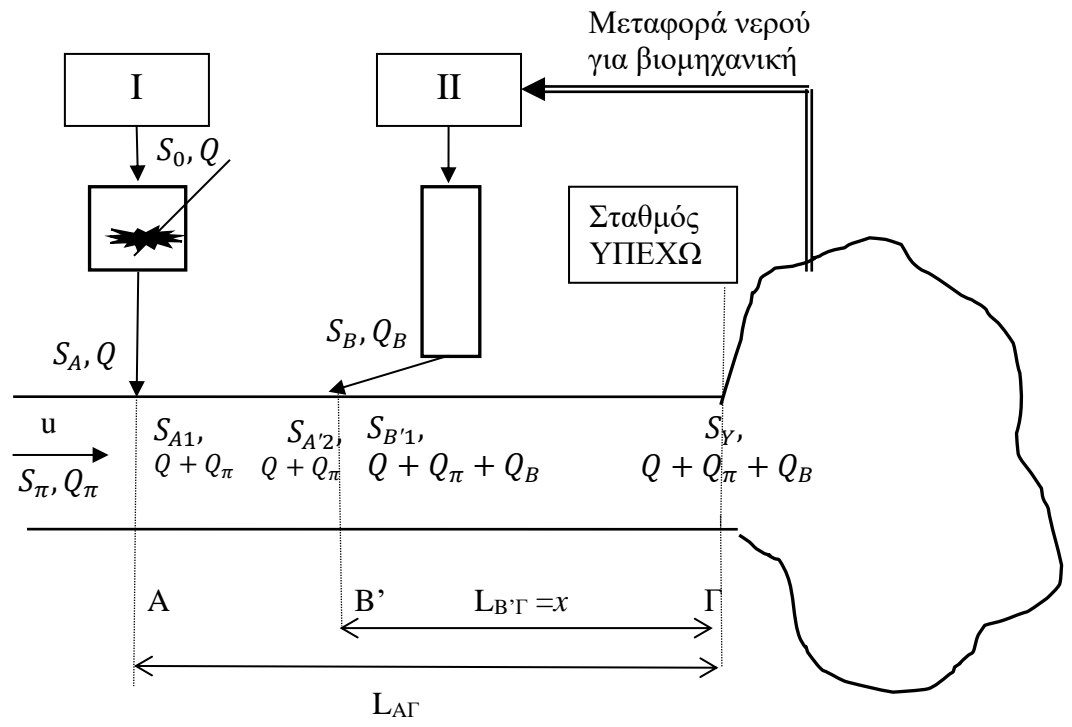
$$y = \frac{450}{689 - 549,2} = 3,218$$

$$(11) \rightarrow \frac{0,2x}{300} = \ln y \quad (11\alpha)$$

$$(11\alpha) \rightarrow x = \frac{300}{0,2} \ln y = 1500 \ln 3,218 = 1753 \text{ m} \rightarrow$$

$$L_{B'\Gamma} = 1753 \text{ m}$$

$$L_{B'\Gamma} = 1753 \text{ m} > 1000 \text{ m} = L_{B\Gamma}$$



Σχήμα 1.

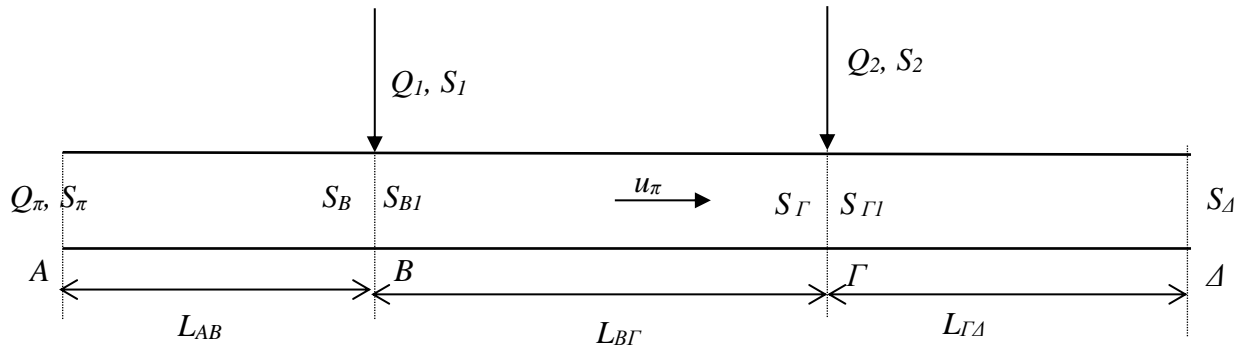
Άσκηση 4. Προσδιορισμός ελάχιστης παροχής ποταμού.

Τα επεξεργασμένα απόβλητα δυο βιομηχανιών θα ρίχνονται σε ένα ποτάμι, στα σημεία Β και Γ. Ζητείται να προσδιοριστεί η ελάχιστη παροχή του ποταμού  $Q_{\pi}$  (με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου σε  $m^3/h$ ) στο σημείο Α, ώστε η τιμή του BOD του ποταμού στο σημείο Δ (όπου γίνεται έλεγχος με σταθμό μέτρησης της αρμόδιας υπηρεσίας του Υπουργείου Περιβάλλοντος) να είναι  $\leq 5 \text{ mg/L}$ .

Δίνονται:

Για το ποτάμι: η τιμή του BOD του ποταμού στο σημείο Α είναι  $S_{\pi} = 5 \text{ mg/L}$ ,  $k_{\pi}=0,005 \text{ h}^{-1}$ ,  $L_{AB}=19500 \text{ m}$ ,  $L_{B\Gamma}=28000 \text{ m}$ ,  $L_{\Gamma\Delta}=26000 \text{ m}$ . Η ταχύτητα  $u_{\pi}$  των νερών του ποταμού (ο οποίος προσομοιάζεται με PFR) είναι  $300 \text{ m/h}$  σταθερή σε όλο το μήκος του.

Για τα επεξεργασμένα απόβλητα των δυο βιομηχανιών:  $S_1=70 \text{ mg/L}$ ,  $Q_1=21 \text{ m}^3/h$ ,  $S_2=65 \text{ mg/L}$ ,  $Q_2=25 \text{ m}^3/h$ .



Υπενθυμίζεται ότι για ένα αντιδραστήρα PFR με μήκος  $L$ , ταχύτητα ροής υγρών αποβλήτων  $u$ , BOD εισροής  $S_0$ , BOD εκροής  $S$  και παροχή  $Q$ , ισχύει ότι  $S = S_0 e^{-kt}$ , όπου  $t = \frac{L}{u}$ .

Λύση

S <sub>π</sub>	5	mg/L
Q <sub>π=χ</sub>	402,5	m <sup>3</sup> /h
k <sub>π</sub>	0,005	h <sup>-1</sup>
u	300	m/h
S <sub>1</sub>	70	mg/L
Q <sub>1</sub>	21	m <sup>3</sup> /h
S <sub>2</sub>	65	mg/L
Q <sub>2</sub>	25	m <sup>3</sup> /h
L <sub>AB</sub>	19500	m
L <sub>BΓ</sub>	28000	m
L <sub>ΓΔ</sub>	26000	m
S <sub>Δ</sub>	5	mg/L

solver

θετω

S<sub>Δ</sub>=5mg/L

$$t_1 = \frac{L_{AB}}{u} = 19500/300 = 65\text{h}$$

$$S_B = S_\pi e^{-k_\pi t_1}$$

$$S_B = 5e^{-0,005 \cdot 65} = 3,613 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

$$Q_\pi S_B + Q_1 S_1 = (Q_\pi + Q_1) S_{B1}$$

$$x * 3,613 + 21 * 70 = (x + 21) S_{B1} \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{L_{B\Gamma}}{u} = 28000/300 = 93,33\text{h}$$

$$S_\Gamma = S_{B1} e^{-k_\pi t_2}$$

$$S_\Gamma = S_{B1} e^{-0,005 \cdot 93,33}$$

$$S_{B1} = S_\Gamma e^{0,005 \cdot 93,33}$$

$$S_{B1} = 1,595 S_\Gamma \quad (2)$$

$$(Q_\pi + Q_1) S_\Gamma + Q_2 S_2 = (Q_\pi + Q_1 + Q_2) S_{\Gamma 1}$$

$$(x + 21) S_\Gamma + 25 * 65 = (x + 21 + 25) S_{\Gamma 1} \quad (3)$$

$$t_3 = \frac{L_{\Gamma\Delta}}{u} = 26000/300 = 86,67\text{h}$$

$$S_\Delta = S_{\Gamma 1} e^{-k_\pi t_3}$$

$$S_{\Gamma 1} = S_\Delta e^{k_\pi t_3}$$

$$S_{\Gamma 1} = 5e^{0,005 \cdot 86,67} = 7,712 \text{mg/L}$$

από την εξίσωση 3

$$\begin{aligned} (x+21)S_{\Gamma} + 25 * 65 &= (x + 21 + 25) * 7,712 \\ (x+21)S_{\Gamma} + 1625 &= (x + 46) * 7,712 \end{aligned} \quad (4)$$

από την εξίσωση 1 και εξίσωση 2

$$x * 3,613 + 21 * 70 = (x + 21) * 1,595S_{\Gamma}$$

$$x * 3,613 + 1470 = (x + 21) * 1,595S_{\Gamma} \quad (5)$$

από την εξίσωση 4 και εξίσωση 5

$$x * 3,613 + 1470 = 1,595 * [(x+46) * 7,712 - 1625]$$

$$x = \frac{1,595 * 46 * 7,712 - 1,596 * 1625 - 1470}{3,613 - 1,595 * 7,712}$$

$$x = \frac{-3496}{-8,685}$$

$$Q_{\pi} = x = 402,5 \frac{m^3}{h}$$

t AB=t1	65,00
SB	3,613
Qr+Q1	423,47
SB1	<b>6,90</b>
t BΓ=t2	93,33
Qr+Q1+Q2	448,47
SΓ	4,33
SΓ1	<b>7,712</b>
t ΓΔ=t3	86,67
SΔ	<b>5,00</b>

#### Αλγεβρικά

Qπ	<b>402,5</b>
	-
arithmitis	3495,6
Q1+Q2	46
	-
paronomastis	8,6854
exp(κπ*t2)	1,595
SΓ1	7,71