

Πειραματική & Υπολογιστική Προσομοίωση & Βελτιστοποίηση της Διεργασίας της Ξήρανσης και Ξηραντήρων στη Σειρά.

1. Εισαγωγή

Η ξήρανση αποτελεί μια από τις βασικότερες βιομηχανικές διεργασίες. Με την ξήρανση πραγματοποιείται η απομάκρυνση της υγρασίας ή της υγρής φάσης από στερεά κυρίως υλικά. Παρόλο που η ξήρανση είναι ευρέως διαδεδομένη, παρατηρείται συχνά σύγχυση μεταξύ αυτής και της συμπύκνωσης. Η διαφορά μεταξύ των δύο είναι η εξής: Κατά την συμπύκνωση πραγματοποιείται απομάκρυνση μεγάλης σχετικά ποσότητα υγρού σε σχέση προς το στερεό που υφίσταται. Κατά την ξήρανση το στερεό συστατικό βρίσκεται σε μεγαλύτερη συγκέντρωση και πραγματοποιείται απομάκρυνση του υγρού έτσι ώστε το ποσοστό αυτό στο τελικό προϊόν να κυμαίνεται σε χαμηλά συνήθως όρια (0,1-10%). Η ξήρανση επιτυγχάνεται κυρίως με θέρμανση. Επομένως είναι αναγκαίο να υπάρξει θερμότητα ώστε να εξατμιστεί η υγρασία που διαχέεται, έχοντας υπερνικήσει τις διάφορες αντιστάσεις και να διαφύγει υπό μορφή ατμού.

Μέθοδοι Ξήρανσης

Για να απομακρυνθεί η υγρασία από ένα υλικό πρέπει να διοχετευθούν θερμά αέρια πάνω στην επιφάνεια αυτού. Η θερμότητα μεταβιβάζεται από το θερμό αέριο προς το υπό ξήρανση υλικό, οπότε το νερό (υγρασία) εξατμίζεται. Ταυτόχρονα και για την απαγωγή των ατμών του νερού που σχηματίζονται, διοχετεύεται συνεχώς αέρας είτε με συμπίεση, είτε με αναρρόφηση (δημιουργία κενού), ώστε ο αέρας να μην είναι ποτέ κορεσμένος σε ατμό και να απομακρύνει τη μεγαλύτερη δυνατή ποσότητα υγρασίας. Υπάρχουν πολλά είδη ξηραντηρίων για κοινή χρήση. Η τελική επιλογή εξαρτάται από το είδος και την ποσότητα του προς ξήρανση υλικού, την ευαισθησία του στην θέρμανση και στην οξείδωση, καθώς και από τα γενικά οικονομοτεχνικά δεδομένα.

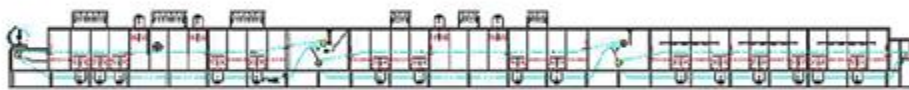
Είδη Ξηραντηρίων

Τα κυριότερα είδη ξηραντηρίων είναι τα ακόλουθα:

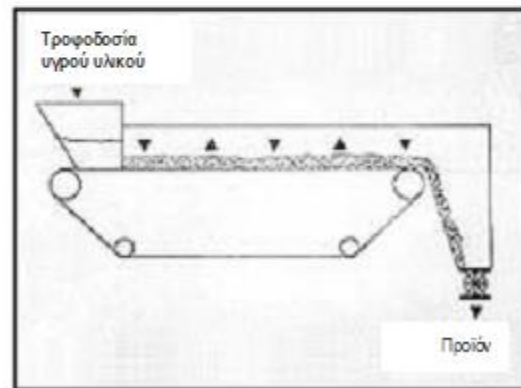
Θάλαμοι Ξήρανσης: Πρόκειται για τα απλούστερα ξηραντήρια για την ξήρανση μικρών ποσοτήτων υλικού. Χρησιμοποιούνται κυρίως από την φαρμακοβιομηχανία ή την βιομηχανία χημικών προϊόντων υψηλής προστιθέμενης αξίας (fine chemicals). Μέσα στον θάλαμο υπάρχουν σειρές από δίσκους, πάνω στους οποίους τοποθετείται σε λεπτή στοιβάδα το προς το ξήρανση υλικό. Ο θάλαμος είναι εφοδιασμένος είτε με ηλεκτρικές αντιστάσεις, οι οποίες δημιουργούν τη θερμότητα, είτε (συνήθετα) με σωληνώσεις ατμού. Σύστημα από μηχανικούς απορροφητήρες διοχετεύει τον αέρα μέσα από το θερμαντικό σώμα, όπου αφού θερμανθεί διαχύνεται πάνω από το προς ξήρανση υλικό. Όταν το ποσοστό υγρασίας μειωθεί στο επιθυμητό όριο, το υλικό απομακρύνεται από το ξηραντήριο. Τελειοποίηση ξηραντηρίων αυτού του τύπου αποτελούν αυτά που αντί για δίσκους διαθέτουν κατάλληλη μεταφορική ταινία.

Ξηραντήρια με τύμπανα (drum dryers): Τα ξηραντήρια αυτού του είδους αποτελούνται από περιστρεφόμενο κλειστό κύλινδρο, στο εσωτερικό του οποίου

κυκλοφορεί ατμός, εξωτερικά δε δημιουργείται λεπτό στρώμα της προς ξήρανση ουσίας. Η τροφοδοσία του τύμπανου ξηράνσεως με το απαιτούμενο λεπτό υμένιο της ουσίας που ξηραίνεται, επιτυγχάνεται συνήθως με την βοήθεια δύο βοηθητικών κυλίνδρων. Ο πολτός τροφοδοτείται στους μικρούς κυλίνδρους, οι οποίοι και τον διαμοιράζουν στο ξηραντικό τύμπανο, από το οποίο απομακρύνεται στο τέλος της περιστροφής με μόνιμο ξέστρο που υπάρχει. Τα ξηραντήρια αυτού του τύπου χρησιμοποιούνται κυρίως για την ξήρανση πολτών.



(I)



(II)

Σχήμα 1. Βιομηχανικά ξηραντήρια μεγάλης κλίμακας με απαγωγούς απομάκρυνσης των πτητικών ενώσεων (I) εμφανούς κατασκευής και (II) ενσωματωμένους στο κέλυφος του ξηραντηρίου.

- Περιστροφικά ξηραντήρια: Τα ξηραντήρια αυτά αποτελούνται από ένα περιστρεφόμενο περί τον άξονα του κύλινδρο. Η διάμετρός τους σε πολλές περιπτώσεις πλησιάζει τα 6 m και το μήκος τους τα 180 m. Εσωτερικά στον περιστρεφόμενο κύλινδρο είναι τοποθετημένα διαφόρων μορφών πτερύγια που παίζουν διπλό ρόλο, δηλαδή κατά την αργή περιστροφή του κυλίνδρου δημιουργούν λεπτό διαμερισμό της προς ξήρανση ουσίας, ενώ συγχρόνως προωθούν την ουσία προς την έξοδο του ξηραντηρίου. Μέσα στον περιστρεφόμενο κύλινδρο προστίθεται με συνεχή τροφοδοσία η προς ξήρανση ουσία και ταυτόχρονα ομόρροπα ή αντίρροπα, διοχετεύονται καυσαέρια ή το θερμαντικό αέριο. Τα περιστρεφόμενα ξηραντήρια αποτελούν ξηραντήρια μεγάλης βιομηχανικής παραγωγής και χρησιμοποιούνται κυρίως από την βαριά βιομηχανία (τσιμέντου, σπορέλαιων, μεταλλουργίας, κλπ.)
- Πύργοι καταιονισμού (spray dryers ή sprühtürmen): Αν επιτευχθεί πολύ λεπτός διαμερισμός του προς ξήρανση υλικού, τότε με σύγχρονη ανάμιξη με θερμό αέρα είναι δυνατό να σχηματισθούν σταγονίδια υπό μορφή νεφελώματος, των οποίων η επιφάνεια ξήρανσης είναι εξαιρετικά μεγάλη, ώστε η ξήρανση να επιτυγχάνεται σε κλάσματα του δευτερολέπτου. Η μέθοδος αυτή εμφανίζεται πολύ ευνοϊκή για ευαίσθητες στη θέρμανση ουσίες, αφού η διάρκεια της ξήρανσης είναι πολύ μικρή και έτσι αποφεύγεται η αποσύνθεσή τους. Με αυτή την τεχνική ξηραίνονται είδη μεγάλης κατανάλωσης, που η διαλυτότητά τους στο νερό αλλά και το μικρό φαινόμενο ειδικό βάρος είναι αναγκαία, όπως π.χ. τα απορρυπαντικά, αλλά και ευαίσθητα στις αλλοιώσεις βιομηχανικά προϊόντα όπως το γάλα, τα αυγά, η ζελατίνα κλπ. Η ξήρανση πραγματοποιείται μέσα σε πύργο ξήρανσης μεγάλου όγκου, κυλινδρικού περίπου σχήματος δοχείου κατασκευασμένο από σιδερένια ελάσματα, καλά μονωμένο θερμικά. Πύργοι μέσης παραγωγικής ικανότητας έχουν διάμετρο περίπου 4 m και ύψος μεγαλύτερο από 16 m. Τέλος στην περίπτωση ξήρανσης τροφίμων χρησιμοποιείται συνήθως πύργος κατασκευασμένος από ανοξείδωτο χάλυβα και έμμεσο σύστημα θέρμανσης.
- Πνευματική ξήρανση: Τα τελευταία χρόνια εφαρμόζεται σε πολλές περιπτώσεις ξήρανση οργανικών κυρίως ουσιών με την βοήθεια κυρίως πνευματικών ξηραντηρίων (ξηρανση με εκτόνωση του προς ξήρανση υλικού μαζί με θερμό αέρα). Στον τύπο αυτών των ξηραντηρίων ο θερμός αέρας οδηγείται προς ένα κατακόρυφο σωλήνα (στήλη ξήρανσης) με ταχύτητα τέτοια, ώστε το προς ξήρανση υλικό όπως εισέρχεται στο ρεύμα του θερμού αέρα, με την βοήθεια κατάλληλου τροφοδοτικού συστήματος, να παρασύρεται προς την στήλη ξήρανσης. Το υλικό ταυτόχρονα διασπείρεται, μεταφέρεται από το ρεύμα του αέρα και ξηραίνεται. Ο χρόνος ξήρανσης ανέρχεται σε μερικά δευτερόλεπτα.
- Ξηραντήρια ρευστοποιημένης κλίνης (fluid bed dryer): Σε ανάλογο αξίωμα με τα προηγούμενα ξηραντήρια ταχείας ξήρανσης, βασίζονται και τα ξηραντήρια γνωστά ως ξηραντήρια ρευστοποίησης στοιβάδας, των οποίων οι εφαρμογές τα τελευταία χρόνια διευρύνονται. Στα ξηραντήρια αυτά χρησιμοποιείται το αξίωμα της δίοδου θερμού αέρα μέσα από την στοιβάδα του προς ξήρανση στερεού υλικού με τόσο μεγάλη ταχύτητα, ώστε τα στερεά σωματίδια παρασύρονται από το ρεύμα του αέρα και όπως περιδινούνται δημιουργούν αιώρημα μαζί με τον

αέρα και το σύνολο αυτών συμπεριφέρονται ως ρευστό. Τα ξηραντήρια αυτού του τύπου χρησιμοποιούνται όλο και πιο συχνά κατά τα τελευταία χρόνια από την μεταλλουργική βιομηχανία, τις βιομηχανίες λιπασμάτων, τις φαρμακοβιομηχανίες και γενικότερα την χημική βιομηχανία.

- Ξήρανση υπό κενό: Στην περίπτωση ευαίσθητων στην θέρμανση ουσιών, όπως είναι ορισμένα τρόφιμα, φάρμακα, κλπ. Η ξήρανση πραγματοποιείται υπό κενό, έτσι ώστε η απομάκρυνση της υγρασίας να επιτευχθεί στις χαμηλότερες δυνατές θερμοκρασίες. Συνήθως τα ξηραντήρια κενού είναι διπύθμενα κυλινδρικά δοχεία με αναδευτήρα του οποίου τα πτερύγια απέχουν ελάχιστα από τα τοιχώματα ή έχουν ξέστρα, ώστε να αποφεύγεται η μονή επίχριση του τοιχώματος από το υλικό που ξηραίνεται και να υποβοηθείται η μεταφορά θερμότητας. Στο εξωτερικό τοίχωμα κυκλοφορεί ατμός ή ζεστό νερό.

2. Εξοπλισμός και υλικά



Σχήμα 2

- (i) Φούρνος (πυραντήριο) με θερμοστάτη 0 – 220 °C
- (ii) Δοκίμιο υγρού ξύλου σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου 1,2 × 1,4 × 4,4 cm
- (iii) Ηλεκτρονικός αναλυτικός ζυγός συνδεδεμένος με Η/Υ ακρίβειας 4 δεκαδικών ψηφίων

- (iv) Λαβίδα
- (v) Ξηραντήρας με silica gel
- (vi) Χρονόμετρο

3. Πειραματική διαδικασία

- (i) Ρυθμίζουμε το θερμοστάτη του φούρνου στους 120 °C και περιμένουμε να σταθεροποιηθεί η θερμοκρασία.
- (ii) Τοποθετούμε τρία δοκίμια ξύλου στο φούρνο αφού πρώτα τα ζυγίσουμε με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων.
- (iii) Αφού παραμείνουν τα δοκίμια 10 min στους 120 °C ,τα βγάζουμε από το φούρνο και τα τοποθετούμε εντός ξηραντήρα για 3-5 min ώστε να ψυχθούν σε θερμοκρασία περιβάλλοντος χωρίς να αλλάξει η υγρασία τους.
- (iv) Ζυγίζουμε τα τρία δοκίμια.
- (v) επαναλαμβάνουμε τα βήματα (ii) έως (iv) έξι φορές.

Παρατήρηση: Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος (δηλ. όταν τα δοκίμια είναι εντός του φούρνου) καταγράφουμε τη θερμοκρασία του φούρνου κάθε δύο λεπτά.

4. Επεξεργασία των Πειραματικών Αποτελεσμάτων

Η υγρασία που απομακρύνεται δίνεται από τη σχέση

$$y = \Delta m_i = m_1 - m_i \quad (1)$$

Η ταχύτητα ξήρανσης δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dy}{dt} = k (y_\infty - y) \quad (2)$$

Από την ολοκλήρωση της σχέσης (2) προκύπτει

$$\frac{y_\infty - y}{y_\infty - y_0} = e^{-kt} \quad (3)$$

για $y_0=0$ η σχέση (3) δίνει

$$\frac{y_\infty - y}{y_\infty} = e^{-kt}$$

ή

$$1 - \frac{y}{y_\infty} = e^{-kt} \quad (4)$$

Λογαριθμίζοντας την σχέση (4) έχουμε την παρακάτω γραμμικοποιημένη σχέση

$$\ln \left(1 - \frac{y}{y_{\infty}} \right) = -kt \quad (5)$$

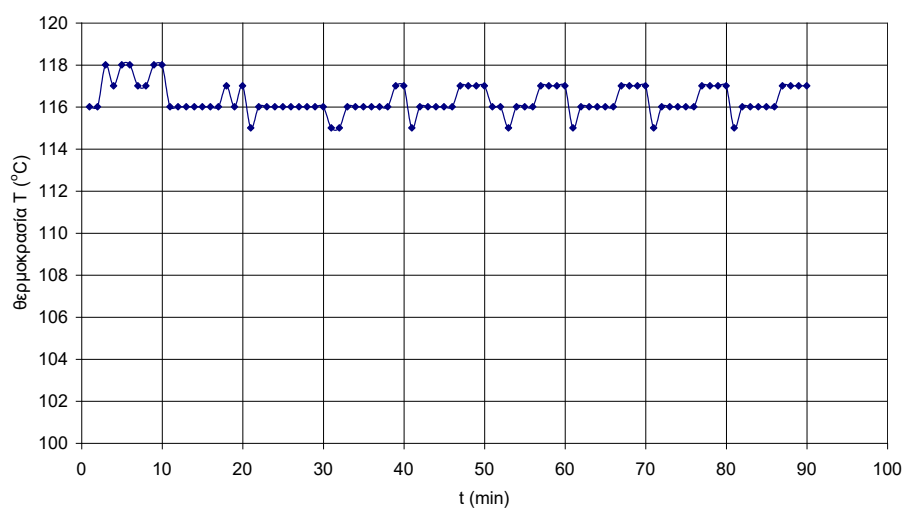
που είναι κατάλληλη για γραμμική παλινδρόμηση με $X=t$ και $Y= \ln \left(1 - \frac{y}{y_{\infty}} \right)$

Η θεωρητική τιμή του y δίνεται βάσει της σχέσης (4) από την σχέση

$$y_{\text{theor}} = y_{\infty} \left(1 - e^{-kt} \right) \quad (8)$$

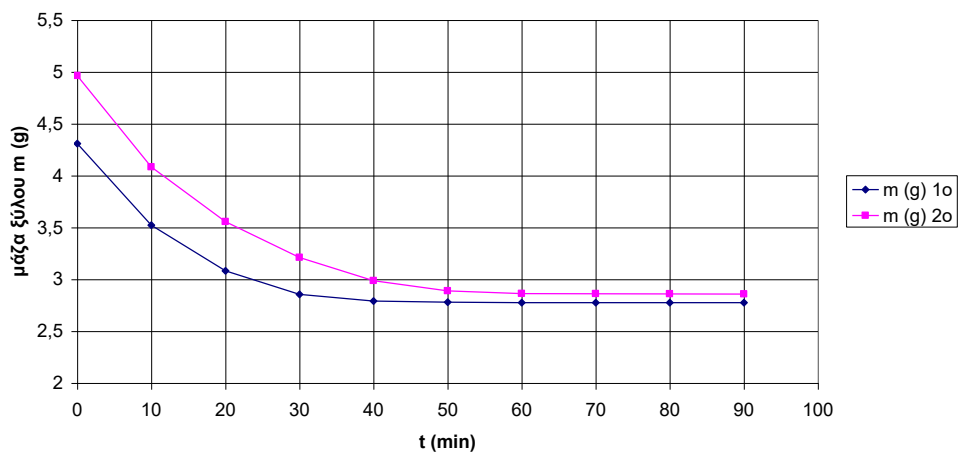
Πίνακας 1

α/α	t_i (min)	m_i (g) 1°	m_i (g) 2°	$y=\Delta m_i=m_1-m_i$ 1°	$y=\Delta m_i=m_1-m_i$ 2°
1	0	4,3098	4,9652	0	0
2	10	3,523	4,0838	0,7868	0,8814
3	20	3,0832	3,5567	1,2266	1,4085
4	30	2,856	3,2116	1,4538	1,7536
5	40	2,7916	2,9878	1,5182	1,9774
6	50	2,7809	2,889	1,5289	2,0762
7	60	2,7761	2,8631	1,5337	2,1021
8	70	2,7759	2,8612	1,5339	2,104
9	80	2,7757	2,8599	1,5341	2,1053
10	90	2,7756	2,859	1,5342	2,1062
	∞			1,564884	2,148324



Σχήμα 3

ξηρανση υγρού ξύλου
116 ο C



Σχήμα 4

Πίνακας 2. Παράδειγμα υπολογισμού του k του υποδείγματος $\ln(1 - \frac{y}{y_\infty}) = -kt$, με γραμμική παλινδρόμηση (μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων).

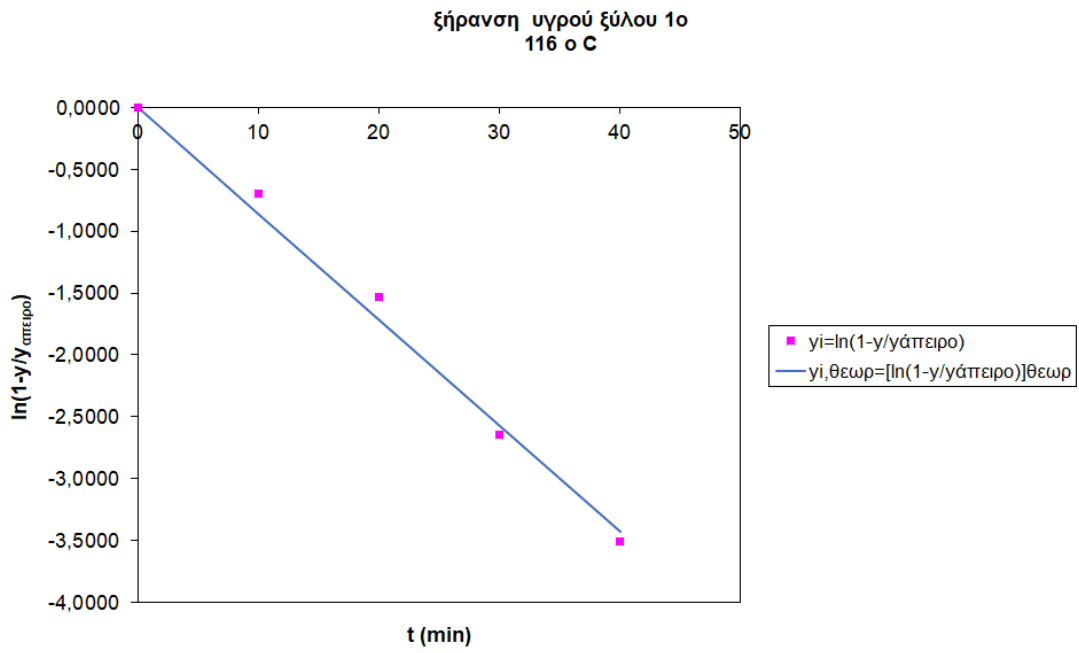
α/α	$x_i=t$	$Y_i = \ln(1 - \frac{y}{y_\infty})$	$x_i \cdot Y_i$	x_i^2	$Y_{i,\theta\epsilon\omega\rho} = [\ln(1 - \frac{y}{y_\infty})]_{\theta\epsilon\omega\rho} = -kt$
1	0	0,0000	0,0000	0	0
2	10	-0,6987	-6,9873	100	-0,858
3	20	-1,5317	-30,6336	400	-1,716
4	30	-2,6453	-79,3584	900	-2,575
5	40	-3,5122	-140,4866	1600	-3,433
		άθροισμα	-257,4660	3000	
		$-k=b = \frac{\sum x_i Y_i}{\sum x_i^2}$	-0,085822		

Όπου $n = 5$ (δηλαδή ο αριθμός των πειραματικών δεδομένων) και $p = 1$ (δηλαδή ο αριθμός των παραμέτρων της εξίσωσης του $y_{\theta\epsilon\omega\rho}$), ώστε το $n - p = f$ να είναι οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος. Εξαιρούνται τιμές του Y πολύ κοντά στο Y_∞ .

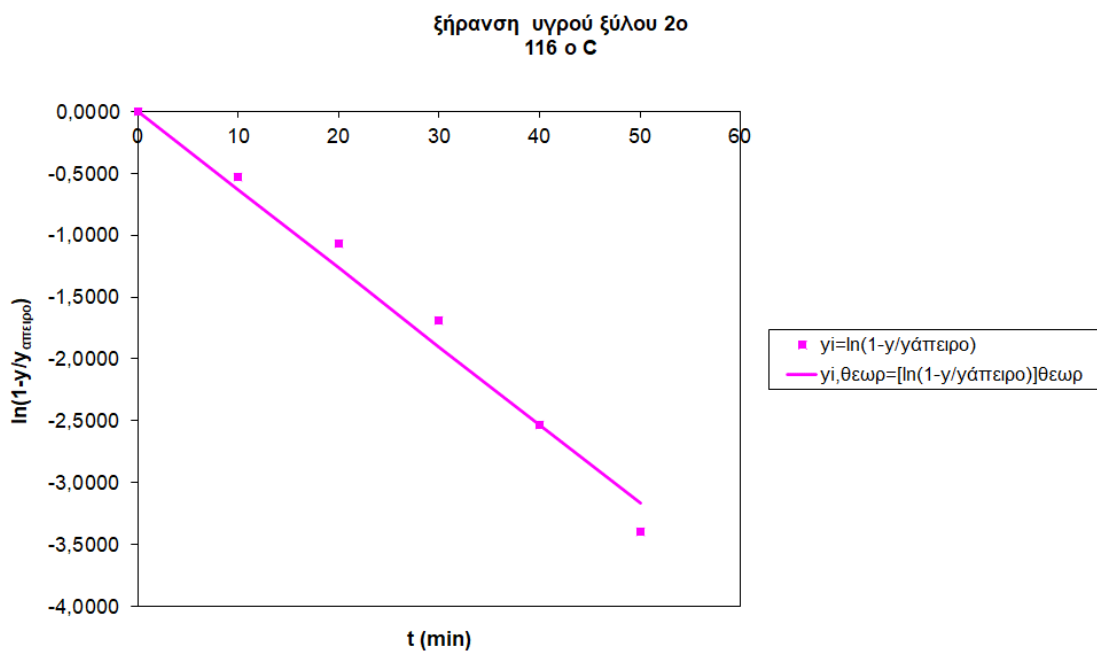
Πίνακας 3. Παράδειγμα υπολογισμού του k του υποδείγματος $\ln(1 - \frac{y}{y_\infty}) = -kt$, με γραμμική παλινδρόμηση (μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων).

α/α	$x_i=t$	$Y_i = \ln(1 - \frac{y}{y_\infty})$	$x_i \cdot Y_i$	x_i^2	$Y_{i,\theta\epsilon\omega\rho} = [\ln(1 - \frac{y}{y_\infty})]_{\theta\epsilon\omega\rho} = -kt$
1	0	0,0000	0,0000	0	0
2	10	-0,5281	-5,2810	100	-0,63
3	20	-1,0660	-21,3206	400	-1,27
4	30	-1,6943	-50,8277	900	-1,9
5	40	-2,5312	-101,2490	1600	-2,53
6	50	-3,3941	-169,7028	2500	-3,17
		άθροισμα	9,6766	560	
		$-k=b = \frac{\sum x_i Y_i}{\sum x_i^2}$	-0,063342		

Όπου $n = 6$ (δηλαδή ο αριθμός των πειραματικών δεδομένων) και $p = 1$ (δηλαδή ο αριθμός των παραμέτρων της εξίσωσης του $y_{\theta\epsilon\omega\rho}$), ώστε το $n - p = f$ να είναι οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος.



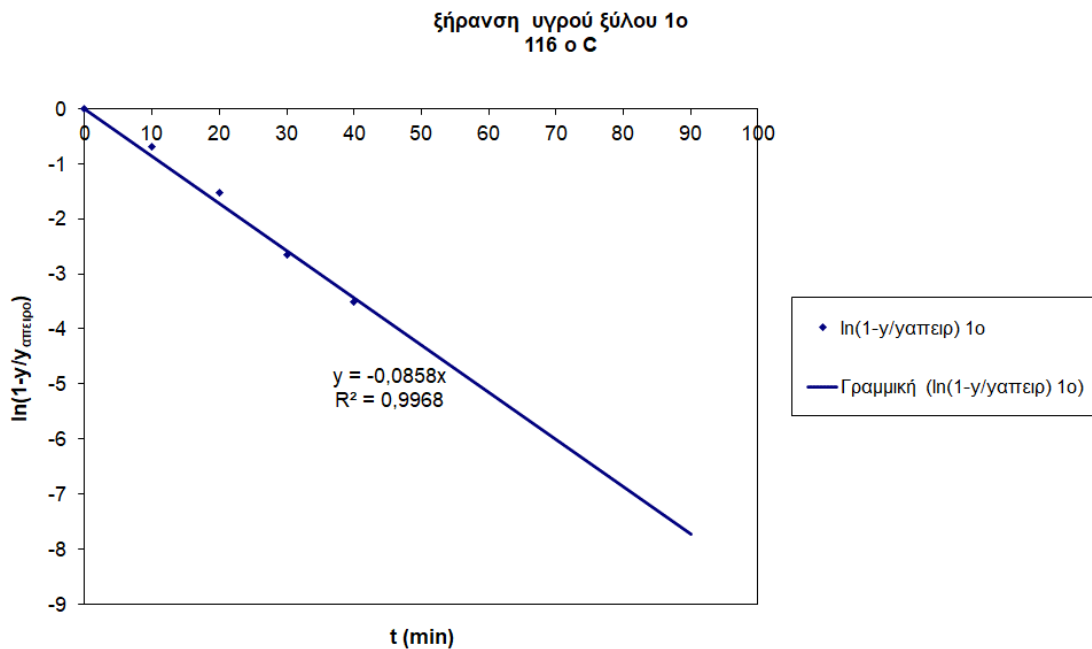
Σχήμα 5



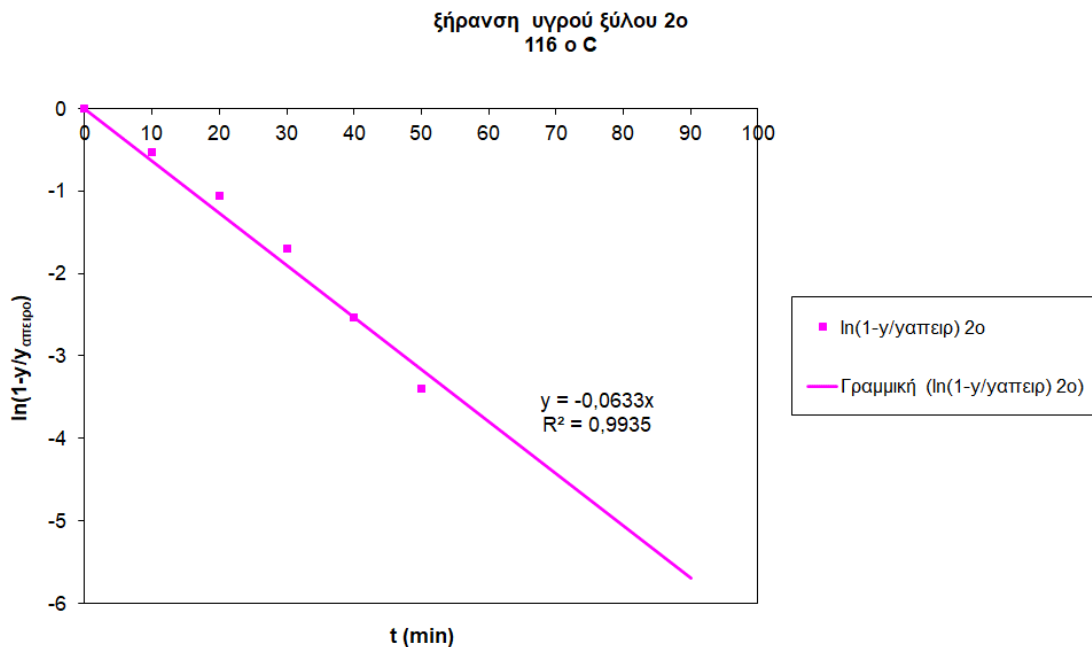
Σχήμα 6

Εναλλακτικά, αφού διαμορφώσουμε στο Excel το γράφημα του Σχήματος 7 και εισάγουμε γραμμή τάσης γραμμικού τύπου με μηδενική αποτέμνουσα, προσδιορίζουμε την παράμετρο k .

	1° δείγμα	2° δείγμα
k	$0,08582199 \text{ min}^{-1}$	$0,063342 \text{ min}^{-1}$



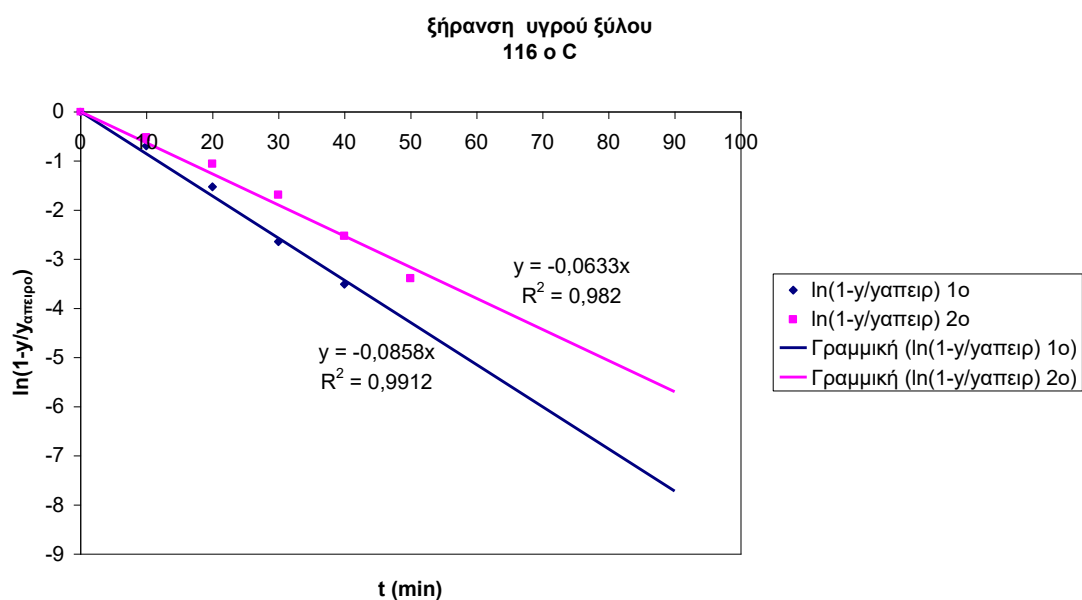
Σχήμα 7



Σχήμα 8

Πίνακας 4.

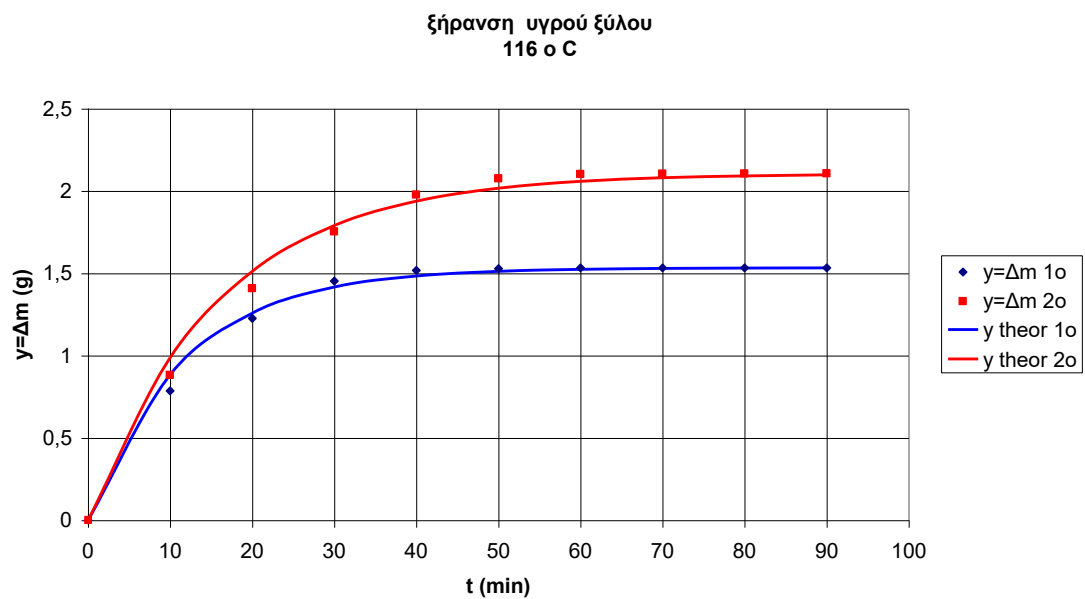
α/α	t (min)	1-y/γ _{απειρο} 1ο	1-y/γ _{απειρο} 2ο	ln(1-y/γ _{απειρ}) 1ο	ln(1-y/γ _{απειρ}) 2ο
1	0	1,0000	1,0000	0	0
2	10	0,4972	0,5897	-0,6987325	-0,5280961
3	20	0,2162	0,3444	-1,5316812	-1,066031
4	30	0,0710	0,1837	-2,6452803	-1,6942565
5	40	0,0298	0,0796	-3,5121655	-2,5312243
6	50		0,0336		-3,3940564
7	60				
8	70				
9	80				
10	90				



Σχήμα 9

Πίνακας 5.

α/α	t (min)	$y=\Delta m$ 1°	$y=\Delta m$ 2°	y theor 1°	y theor 2°
1	0	0	0	0,0000	0,0000
2	10	0,7868	0,881	0,8838	0,9883
3	20	1,2266	1,409	1,2585	1,5128
4	30	1,4538	1,754	1,4173	1,7913
5	40	1,5182	1,977	1,4847	1,9390
6	50	1,5289	2,076	1,5132	2,0175
7	60	1,5337	2,102	1,5253	2,0591
8	70	1,5339	2,104	1,5304	2,0812
9	80	1,5341	2,105	1,5326	2,0929
10	90	1,5342	2,106	1,5335	2,0992



Σχήμα 10

5. Συμπεράσματα/Ερωτήσεις

1. Ποιο είναι το υπόδειγμα της διεργασίας, δίνοντας τιμές στις παραμέτρους του μοντέλου;

	1° δείγμα	2° δείγμα
k	0,08582199 min ⁻¹	0,063342 min ⁻¹

t_i (min)	y=Δm_i=m₁-m_i 1° δείγμα	y=Δm_i=m₁-m_i 2° δείγμα
∞	1,564884	2,148324

1° δείγμα:

$$(8 \rightarrow) y_{\text{theor}} = y_{\infty}(1 - e^{-kt}) \rightarrow y_{\text{theor}} = 1,5649(1 - e^{-0,08582t})$$

2° δείγμα:

$$(8 \rightarrow) y_{\text{theor}} = y_{\infty}(1 - e^{-kt}) \rightarrow y_{\text{theor}} = 2,1483(1 - e^{-0,06334t})$$

2. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί προκειμένου η αρχική υγρασία του δείγματος να μειωθεί στο 30%;

$$(5 \rightarrow) \ln(1 - \frac{y}{y_{\infty}}) = -kt \rightarrow t = \frac{-1}{k} \ln(1 - \frac{y}{y_{\infty}}) \quad (9)$$

$$(9 \rightarrow) y = (1 - 0,3)y_{\infty} \rightarrow \frac{y}{y_{\infty}} = 0,7 \rightarrow 1 - \frac{y}{y_{\infty}} = 1 - 0,7 = 0,3$$

1° δείγμα:

$$(9 \rightarrow) t = \frac{-1}{0,08582} \ln(0,3) = \frac{-1}{0,08582} (-1,204) \rightarrow t = 14,03 \text{ min}$$

2° δείγμα:

$$(9 \rightarrow) t = \frac{-1}{0,06334} \ln(0,3) = \frac{-1}{0,06334} (-1,204) \rightarrow t = 19,01 \text{ min}$$

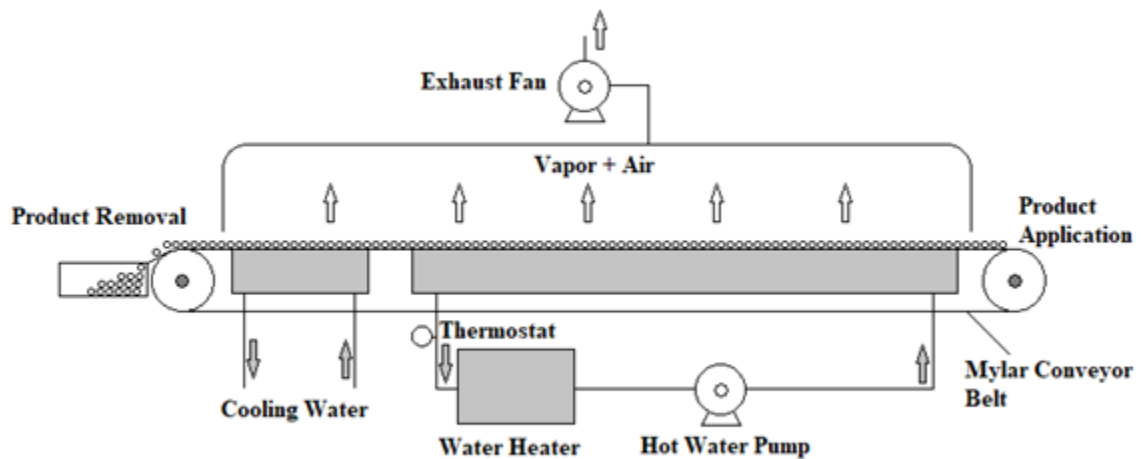
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1. Διεργασία Συνεχούς Ξήρανσης

Χαρτομάζα με αρχική υγρασία $C_0=0,5 \text{ kg/m}^2$ εισέρχεται σε μηχανήμα όπου στραγγίζεται και ξηραίνεται συγχρόνως (βλ. παρακάτω Σχήμα). Αν η ταχύτητα της κινούμενης ταινίας είναι $n=30 \text{ m/min}$, να προσδιορίσετε το ελάχιστο μήκος του ξηραντηρίου (σε m) έτσι ώστε η περιεχόμενη υγρασία στο εξαγόμενο προϊόν να μην είναι μεγαλύτερη από $C_T=0,1 \text{ kg/m}^2$.

Δίνεται ότι ο ρυθμός ξήρανσης dC/dt συνδέεται γραμμικά με την υγρασία C , δηλαδή $dC/dt=-k(C-C_\infty)$, όπου k , η σταθερά του ρυθμού ξήρανσης, είναι $k=1,57 \text{ min}^{-1}$.





Δίνονται:

$$C_0 = 0,5 \text{ kg/m}^2$$

$$n = 30 \text{ m/min}$$

$$C_T = 0,1 \text{ kg/m}^2$$

$$k = 1,57 \text{ min}^{-1}$$

$$C_\infty = 0,04 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Υπενθυμίζεται ότι

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x \quad \int f(x) dx = \int f(x) d(x+a), \text{ όπου } a = \text{σταθερά.}$$

Λύση

$$\frac{dC}{dt} = -k \cdot (C - C_\infty) \Rightarrow \frac{d(C - C_\infty)}{C - C_\infty} = -k \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{C_0}^C \frac{d(C - C_\infty)}{C - C_\infty} = -k \cdot \int_0^t dt \Rightarrow [\ln(C - C_\infty)]_{C_0}^C = k \cdot [t]_0^t$$

$$\Rightarrow \ln(C - C_\infty) - \ln(C_0 - C_\infty) = -k \cdot t \Rightarrow \ln \frac{C - C_\infty}{C_0 - C_\infty} = -k \cdot t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{k} \cdot \ln \frac{C - C_\infty}{C_0 - C_\infty} \Rightarrow t = -\frac{1}{1,57} \cdot \ln \frac{0,1 - 0,04}{0,5 - 0,04} = 1,3 \text{ min}$$

$$\text{Άρα } L = n \cdot t = 30 \cdot 1,3 = 39 \text{ m}$$

Άσκηση 2. Διεργασία ασυνεχούς ξήρανσης

Βιομάζα με αρχική υγρασία 17% κ.β. εισάγεται σε ασυνεχές ξηραντήριο (που λειτουργεί με παρτίδες). Να προσδιορίσετε τον ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο ξήρανσης ώστε το εξαγόμενο προϊόν να ανταποκρίνεται στις προδιαγραφές ποιότητας που είναι 4% κ.β. Η ταχύτητα (ρυθμός) ξήρανσης δίνεται από τη συνάρτηση $\frac{dC}{dt} = -k(C - C_e)$, όπου $C_e = 2,8\%$ υγρασία κ.β. Επίσης, δίνεται ότι σε χρόνο $t = 1$ h, η υγρασία είναι 11,5% κ.β.



Λύση

αρχική υγρασία C_0 % κ.β.	17%
τελική υγρασία C_T % κ.β.	4%
υγρασία σε άπειρο χρόνο C_e % κ.β.	2,8%
t_1 σε h	1
υγρασία C_1 % κ.β.	11,5%

$$\ln \frac{C - C_e}{C_0 - C_e} = -kt$$

$$k = -\frac{1}{t_1} \ln \frac{C_1 - C_e}{C_0 - C_e}$$

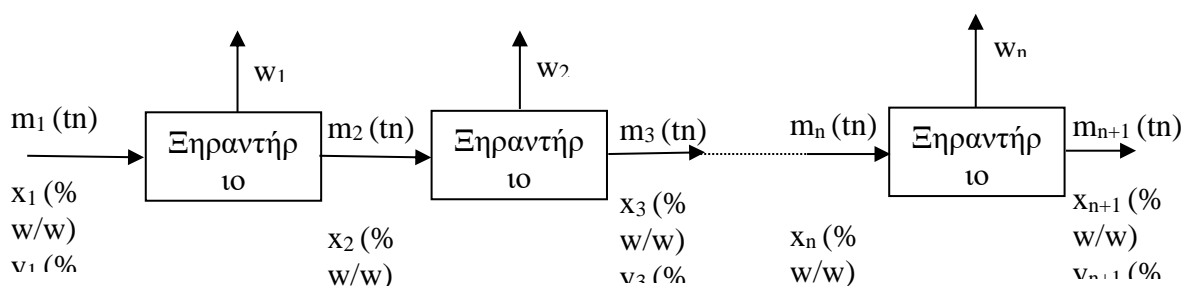
$$k = -\frac{1}{1} \ln \frac{0,115 - 0,028}{0,17 - 0,0258} = 0,4899h^{-1}$$

$$t = -\frac{1}{k} \ln \frac{C_T - C_e}{C_0 - C_e}$$

$$t = -\frac{1}{0,4899} \ln \frac{0,04 - 0,028}{0,17 - 0,028} = 5,044h$$

Άσκηση 3. Ξήρανση ελαιοπυρήνα

Ελαιοπυρήνας μάζας $m_1=8$ tn με λάδι $y_1=12\%$ w/w και υγρασία $x_1=32\%$ w/w (δηλ. ξηρός ελαιοπυρήνας $z_1=56\%$ w/w) εισέρχεται σε σειρά n ξηραντηρίων (απαραίτητη διεργασία πριν την εκχύλιση) για την απομάκρυνση μέρους της υγρασίας ώστε να αποφευχθεί η υδρόλυση που συνεπάγεται αύξηση της οξύτητας του λαδιού. Ο εξερχόμενος ελαιοπυρήνας πρέπει να περιέχει λιγότερο από 2% w/w υγρασία ($x_{n+1} \leq 2\%$ w/w). Η απόδοση του κάθε ξηραντηρίου, λογιζόμενη σαν ποσοστό της απομακρυνόμενης υγρασίας ως προς την εισερχόμενη, είναι $\alpha=52\%$. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις $m_{n+1}=f_1(m_1, x_1, n, \alpha)$, $x_{n+1}=f_2(x_1, n, \alpha)$, $y_{n+1}=f_3(y_1, x_1, n, \alpha)$, τον αριθμό n των ξηραντηρίων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν, την ποσότητα του τελικά εξερχόμενου ελαιοπυρήνα, m_{n+1} σε tn, και τις περιεκτικότητες σε υγρασία, x_{n+1} (% w/w), και λάδι, y_{n+1} (% w/w), στον τελικά εξερχόμενο ελαιοπυρήνα.



Υπόδειξη

Άθροισμα n όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου (λόγος $\omega < 1$) είναι

$$S_n = \frac{\tau \cdot \omega - A_1}{\omega - 1}$$

όπου

$$S_n = \tau = \sum_{i=1}^n w_i = w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

η υγρασία που εξατμίζεται συνολικά.

Ο πρώτος όρος της γεωμετρικής προόδου είναι

$$A_1 = w_1 = a \cdot x_1 \cdot m_1,$$

διότι βάσει του ορισμού της εκφώνησης η απόδοση του πρώτου ξηραντηρίου είναι

$$\alpha = \frac{w_1}{m_1 \cdot x_1}$$

Ο τελευταίος όρος της γεωμετρικής προόδου είναι

$$\tau = w_n = a \cdot x_1 \cdot m_1 (1 - a)^{n-1}$$

Ο λόγος της γεωμετρικής προόδου είναι

$$\omega = 1 - \alpha$$

Λύση

Δίνεται:

$$m_1=8 \text{ tn}$$

$$x_1=32\% \text{ w/w}=0,32$$

$$y_1=12\% \text{ w/w}=0,12$$

$$z_1=56\% \text{ w/w}=0,56$$

Οι αποδόσεις των ξηραντήρων είναι $\alpha_1= \alpha_2= \dots = \alpha_n=\alpha=52\%=0,52$

Ζητείται το n , ώστε $x_{n+1} \leq 2\% \text{ w/w}$. Θέτουμε $x_{n+1}=2\%=0,02$.

Επίσης, ζητούνται:

$$m_{n+1} \text{ σε tn}$$

$$x_{n+1} \text{ ως \%w/w}$$

$$y_{n+1} \text{ ως \%w/w}$$

$$\text{με } n \in \mathbb{Z}$$

Έχουμε: Συνολικό ισοζύγιο μάζας στο πρώτο ξηραντήριο:

$$m_1 = w_1 + m_2$$

Ισοζύγιο μάζας νερού στο πρώτο ξηραντήριο:

$$m_1 \cdot x_1 = w_1 + m_2 \cdot x_2 \Rightarrow m_1 \cdot x_1 = \alpha \cdot m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot x_2 = (1-\alpha) \cdot m_1 \cdot x_1$$

ομοίως ισοζύγιο μάζας νερού στο δεύτερο ξηραντήριο:

$$m_3 \cdot x_3 = (1-\alpha) \cdot m_2 \cdot x_2 \Rightarrow m_3 \cdot x_3 = (1-\alpha)^2 \cdot m_1 \cdot x_1$$

κ.ο.κ

$$m_{n+1} \cdot x_{n+1} = (1-\alpha)^n \cdot m_1 \cdot x_1$$

(1)

Επίσης ο ξηρός ελαιοπυρήνας μαζί με το λάδι θα είναι:

$$m_1(1-x_1) = m_2 \cdot (1-x_2) = m_3 \cdot (1-x_3) = \dots = m_{n+1} \cdot (1-x_{n+1})$$

$$\Rightarrow m_{n+1} \cdot (1-x_{n+1}) = m_1 \cdot (1-x_1)$$

(2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε,

$$\frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} = \frac{(1-\alpha)^n \cdot x_1}{1-x_1}$$

(3)

$$\Rightarrow (1-\alpha)^n = \frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} \cdot \frac{1-x_1}{x_1}$$

$$\Rightarrow n \cdot \ln(1-\alpha) = \ln\left(\frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} \cdot \frac{1-x_1}{x_1}\right)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} \cdot \frac{1-x_1}{x_1}\right)}{\ln(1-\alpha)} \quad (4)$$

Δηλαδή το n είναι συνάρτηση του x_{n+1} , x_1 και α .

Για $n \notin \mathbb{Z}$ θέτω $n=[n]+1$, το οποίο είναι ο πραγματικός αριθμός των ξηραντήρων, όπου $[]$ συμβολίζει το ακέραιο μέρος.

Επίσης ισοζύγιο μάζας λαδιού:

$$m_1 \cdot y_1 = m_2 \cdot y_2 = m_3 \cdot y_3 = \dots = m_n \cdot y_n = m_{n+1} \cdot y_{n+1}$$

$$\Rightarrow y_{n+1} = y_1 \cdot \frac{m_1}{m_{n+1}} \quad (5)$$

Από τη σχέση (2) έχουμε,

$$m_{n+1} = m_1 \cdot \frac{1-x_1}{1-x_{n+1}} \quad (6)$$

Αλλά από τον τυπο (3),

$$\Rightarrow x_{n+1} = \frac{(1-\alpha)^n \cdot x_1}{1-x_1+(1-\alpha)^n \cdot x_1} \quad (7)$$

Δηλαδή η συνάρτηση $x_{n+1} = f_2(x_1, n, \alpha)$

Από τις σχέσεις (5), (6) και (7) έχουμε,

$$y_{n+1} = \frac{y_1}{\frac{(1-\alpha)^n \cdot x_1}{x_{n+1}}} \Rightarrow y_{n+1} = \frac{y_1}{1-x_1+(1-\alpha)^n \cdot x_1} \quad (8)$$

Δηλαδή η συνάρτηση $y_{n+1} = f_3(y_1, x_1, n, \alpha)$

Ομοίως από τους τύπους (6) και (7):

$$m_{n+1} = m_1 \cdot [1 - x_1 + (1 - \alpha)^n \cdot x_1] \quad (9)$$

Δηλαδή η συνάρτηση $m_{n+1} = f_1(m_1, x_1, n, \alpha)$,

Αν υπήρχε χωριστά το ερώτημα «πόσο νερό (υγρασία) εξατμίζεται συνολικά;» τότε το ισοζύγιο μάζας νερού είναι

$$\begin{aligned} m_1 \cdot x_1 &= \sum_{i=1}^n w_i + m_{n+1} \cdot x_{n+1} \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^n w_i &= m_1 \cdot x_1 - m_{n+1} \cdot x_{n+1} \end{aligned} \quad (10)$$

ή από το συνολικό ισοζύγιο μάζας:

$$w = m_1 - m_{n+1} \quad (11)$$

Εναλλακτική λύση αν ζητούσε μόνο τη συνάρτηση $w = f_4(m_1, x_1, n, \alpha)$ τότε

$$\alpha = \frac{w_1}{m_1 \cdot x_1} = \frac{w_2}{m_2 \cdot x_2} = \dots = \frac{w_n}{m_n \cdot x_n}$$

$$\Rightarrow w_1 = \alpha \cdot m_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow w_2 = \alpha \cdot m_2 \cdot x_2$$

.....

$$\Rightarrow w_n = \alpha \cdot m_n \cdot x_n$$

$$w = \sum_{i=1}^n w_i = w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

τότε

$$w_1 = \alpha \cdot m_1 \cdot x_1$$

$$w_2 = \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot m_1 \cdot x_1$$

$$w_3 = \alpha \cdot (1 - \alpha)^2 \cdot m_1 \cdot x_1$$

.....

$$w_n = \alpha \cdot (1 - \alpha)^{n-1} \cdot m_1 \cdot x_1$$

Σύμφωνα με την υπόδειξη

$$A_1 = w_1 = \alpha \cdot x_1 \cdot m_1,$$

$$\tau = w_n = \alpha \cdot x_1 \cdot m_1 (1 - \alpha)^{n-1}$$

$$\omega = 1 - \alpha$$

$$S_n = \frac{\tau \cdot \omega - A_1}{\omega - 1}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = \alpha \cdot m_1 \cdot x_1 \cdot \frac{(1 - \alpha)^{n-1} \cdot (1 - \alpha) - 1}{(1 - \alpha) - 1} = -\alpha \cdot m_1 \cdot x_1 \cdot \frac{(1 - \alpha)^n - 1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow w = \sum_{i=1}^n w_i = m_1 \cdot x_1 \cdot [1 - (1 - \alpha)^n]$$

τύπος (12)

Δηλαδή, η συνάρτηση $w = f_4(m_1, x_1, n, \alpha)$,

Αριθμητική επίλυση με τη βοήθεια του Excel

Δεδομένα

α	52%
x_1	32%
x_{n+1}	έστω= 2%
γ_1	12%
m_1 σε tn	8
z_1	56%

Υπολογιζόμενα

$1 - x_1$	68%
$1 - x_{n+1}$	98%
$1 - \alpha$	48%
$\ln(1 - \alpha)$	-0,7340
$(x_{n+1}/(1 - x_{n+1}) * (1 - x_1)/x_1)$	0,04337
$\ln[(x_{n+1}/(1 - x_{n+1}) * (1 - x_1)/x_1)]$	-3,138
n	4,275
γ_{n+1}	17,29%
m_{n+1} σε tn	5,551
[n]	4
n πραγματικό	5
$(1 - \alpha)^n * x_1$	0,008154
$1 - x_1 - (1 - \alpha)^n * x_1$	0,6882
x_{n+1} πραγματικό	1,185%
$1 - x_{n+1}$ πραγματικό	98,82%
γ_{n+1} πραγματικό	17,44%
m_{n+1} πραγματικό σε tn	5,505

$w = m_1 - m_{n+1}$	2,495
---------------------------------------	--------------

Επαλήθευση ή εναλλακτική αριθμητική λύση
με ισοζυγία μάζας στο κάθε ξηραντήριο

i	x_{i+1}	γ_{i+1}	m_{i+1}
1	18,43%	14,40%	6,669
2	9,78%	15,92%	6,030
3	4,95%	16,77%	5,723
4	2,44%	17,22%	5,576
5	1,185%	17,44%	5,505