



ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΡΓΩΝ

ΔΠΜΣ “Τεχνο-Οικονομικά Συστήματα”



ΔΙΑΛΕΞΗ 5

Δρ. Παπαδομιχελάκη Ξένια
Μηχανολόγος Μηχανικός, MBA, PhD

Σε αυτή τη διάλεξη θα εξετάσουμε:

- Πώς η τεχνική δικτυακού χρονικού προγραμματισμού PERT διαχειρίζεται την αβεβαιότητα που υπάρχει στην πρόβλεψη του απαιτούμενου χρόνου για κάθε δραστηριότητα του έργου.
- Πώς η PERT εκτιμά την πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα



1. ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ-PERT
2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ-PERT

Οι τεχνικές δικτυακού χρονικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται για να:

- a. Σχεδιάζουμε
 - i. Δημιουργία λίστας δραστηριοτήτων
 - ii. Προσδιορισμός αλληλεξάρτησης
 - iii. Γραφική αναπαράσταση του έργου
- b. Προγραμματίζουμε (χρόνος-PERT, κόστος, πόροι) και να
- c. Ελέγχουμε τα έργα

2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ



- Με τη μέθοδο PERT (Project Evaluation and Review Technique) αίρεται ο περιορισμός της μεθόδου CPM για γνωστή και σταθερή διάρκεια των δραστηριοτήτων
 - Π.χ. Στα ερευνητικά έργα δεν υπάρχει εμπειρία για τις δραστηριότητες και συνεπώς η διάρκειά τους δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και γνωστή εκ των προτέρων.
- Η μέθοδος PERT δίνει τη δυνατότητα
 - Να ληφθεί υπόψη η στοχαστική φύση της διάρκειας των δραστηριοτήτων ενός έργου
 - Να υπολογιστεί η πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και
 - Να υπολογιστεί η συνολική διάρκεια ολοκλήρωσης ενός έργου με βεβαιότητα π.χ. 95%



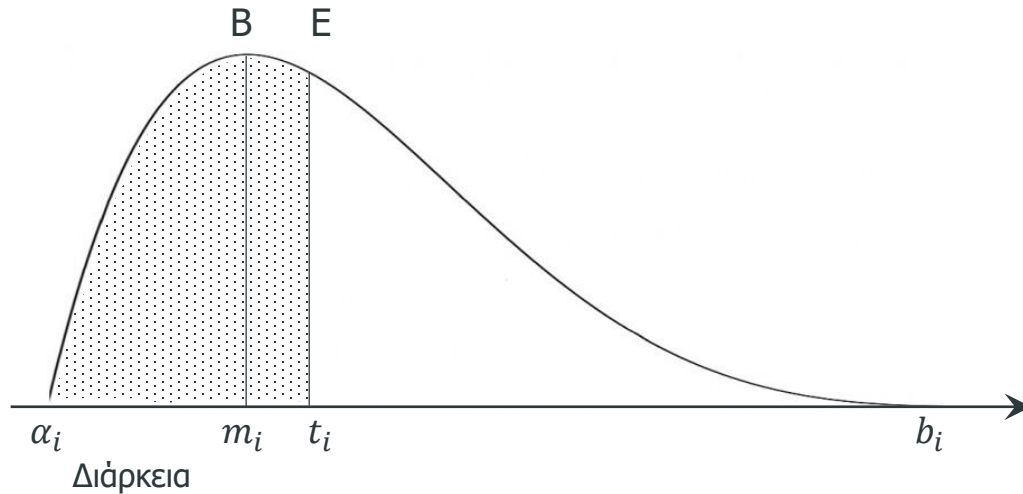
- Στην PERT οι διάρκειες των δραστηριοτήτων θεωρούνται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές
 - Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ακολουθεί την κατανομή β
 - Σε κάθε δραστηριότητα (i) αντιστοιχούμε τρεις χρόνους
 - Ελάχιστο ή αισιόδοξο (α_i)
 - Συντηρητικό ή πλέον πιθανό (m_i)
 - Μέγιστο ή απαισιόδοξο (b_i)
- Χαρακτηριστικά της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας
 - Ορίζεται σε μη αρνητικό διάστημα
 - Συνεχής
 - Αυξάνει από τον απαισιόδοξο χρόνο μέχρι το συντηρητικό και κατόπιν μειώνεται μέχρι τον αισιόδοξο
 - Έχει μοναδιαία μέγιστη τιμή
 - Δεν είναι απαραίτητα συμμετρική

- Αναμενόμενη χρονική διάρκεια δραστηριότητας i

$$t_i = \frac{a_i + 4m_i + b_i}{6}$$

- Διακύμανση διάρκειας δραστηριότητας i

$$\sigma_{t_i}^2 = \left[\frac{b_i - a_i}{6} \right]^2$$



* Το «6» σχετίζεται με την υπόθεση ότι το εύρος της κατανομής καλύπτει 6 τυπικές αποκλίσεις (6σ). Υποθέτει ότι περισσότερες από το 99% όλων των περιπτώσεων θα είναι μεγαλύτερες του a και μικρότερες του β .

- Αναμενόμενη διάρκεια του έργου

$$T = \sum t_i$$

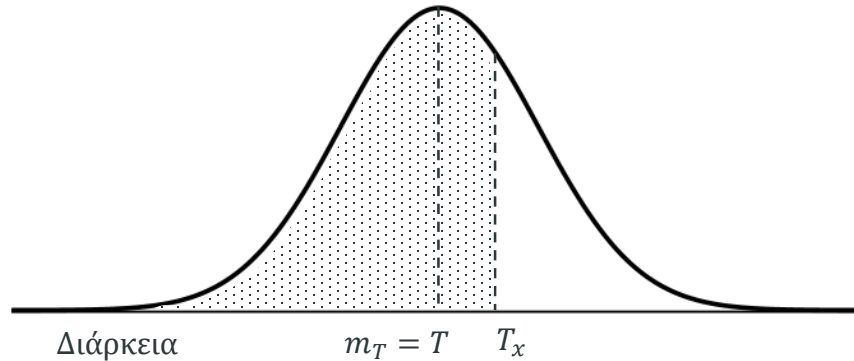
- Όπου t_i οι αναμενόμενοι χρόνοι των δραστηριοτήτων της κρίσιμης διαδρομής

- Διακύμανση της κρίσιμης διαδρομής

$$\sigma_T^2 = \sum \sigma_{t_i}^2$$

- Αν υπάρχουν περισσότερες από μία κρίσιμες διαδρομές, τότε σαν διακύμανση του χρόνου πέρατος του έργου θεωρούμε τη μεγαλύτερη διακύμανση που προκύπτει από τις κρίσιμες διαδρομές

Κεντρικό Οριακό Θεώρημα: Η κατανομή του αθροίσματος **ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών** είναι περίπου κανονική όταν ο αριθμός των όρων του αθροίσματος είναι **επαρκώς μεγάλος**



Ο συνολικός χρόνος του έργου θα ακολουθεί την κανονική κατανομή με παραμέτρους:

$$m_T = T \quad \text{και} \quad \sigma_T$$

Για τον υπολογισμό της πιθανότητας το έργο να ολοκληρωθεί σε χρόνο T_x χρησιμοποιούμε τους πίνακες της ανηγμένης κανονικής κατανομής με βοηθητική μεταβλητή:

$$Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T}$$



- Για κάθε δραστηριότητα i υποθέτουμε μία κατανομή β και αποκτούμε εκτιμήσεις a_i , b_i , και m_i από τον διαχειριστή του έργου ή άλλους ειδικούς του κλάδου.
- Υπολογίζουμε τη διακύμανση $\sigma_{t_i}^2 = \left[\frac{b_i - a_i}{6} \right]^2$ και το μέσο $t_i = \frac{a_i + 4m_i + b_i}{6}$ για όλες τις δραστηριότητες.
- Χρησιμοποιούμε CPM για να καθορίσουμε την κρίσιμη διαδρομή με τις τιμές t_i .
- Αθροίζουμε τους μέσους και τις διακυμάνσεις των δραστηριοτήτων της κρίσιμης διαδρομής για να βρούμε τον μέσο T και τη διακύμανση σ_T^2 της διάρκειας του έργου.
- Χρησιμοποιούμε την εξίσωση $Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T}$ και τον πίνακα κανονικής κατανομής για να αξιολογήσουμε την πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο εντός της επιθυμητής προθεσμίας (σ_T η τυπική απόκλιση).



- Δεν ισχύει πάντοτε η υπόθεση ότι οι χρόνοι των δραστηριοτήτων είναι ανεξάρτητοι
- Οι διάρκειες των δραστηριοτήτων μπορεί να μην ακολουθούν την κατανομή β
- Δεν ισχύει πάντοτε η υπόθεση ότι το κρίσιμο μονοπάτι που υπολογίζεται είναι πάντα το ίδιο για ένα έργο

ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ-PERT

ΣΥΓΚΡΙΣΗ CPM ΜΕ PERT



- Η PERT χρησιμοποιεί **τρεις χρονικές εκτιμήσεις** για να παράγει τον αναμενόμενο χρόνο. Η CPM χρησιμοποιεί **μία χρονική εκτίμηση** που αντιπροσωπεύει τον κανονικό χρόνο (μεγαλύτερη ακρίβεια στη χρονική εκτίμηση)
- Η PERT έχει **πιθανοτική φύση**, βασιζόμενη στην κατανομή β για το χρόνο κάθε δραστηριότητας και στην κανονική κατανομή για την αναμενόμενη χρονική διάρκεια. Αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό του κινδύνου που πρέπει να αναληφθεί, προκειμένου να ολοκληρωθεί ένα έργο. Η CPM έχει **αιτιοκρατική φύση** και βασίζεται σε μία χρονική εκτίμηση
- Και οι δύο τεχνικές επιτρέπουν την **χρήση πλασματικών δραστηριοτήτων** για την ανάπτυξη λογικών σχέσεων
- Η PERT χρησιμοποιείται σε **έργα R&D**, στα οποία οι κίνδυνοι που απορρέουν από τον υπολογισμό των χρόνων έχουν υψηλή μεταβλητότητα. Η CPM χρησιμοποιείται σε **κατασκευαστικά έργα**, τα οποία εξαρτώνται έντονα από τους πόρους και βασίζονται σε ακριβείς χρονικές εκτιμήσεις
- Η PERT χρησιμοποιείται σε έργα στα οποία το **ποσοστό ολοκλήρωσης** είναι σχεδόν αδύνατο να προσδιοριστεί με ακρίβεια, εκτός από τότε που επιτυγχάνονται τα ορόσημα, όπως συμβαίνει σε έργα R&D. Η CPM χρησιμοποιείται σε εκείνα τα έργα, στα οποία το ποσοστό ολοκλήρωσης μπορεί να προσδιοριστεί με σχετική ακρίβεια, επιτρέποντας τη χρέωση του πελάτη βάση αυτού του ποσοστού



1. ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ-PERT
2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ



2. Προγραμματισμός χρόνου – PERT

Να εξετάσετε το ακόλουθο δίκτυο που αντιπροσωπεύει την δημιουργία ενός PC-Lab στη Σχολή ΗΜΜΥ

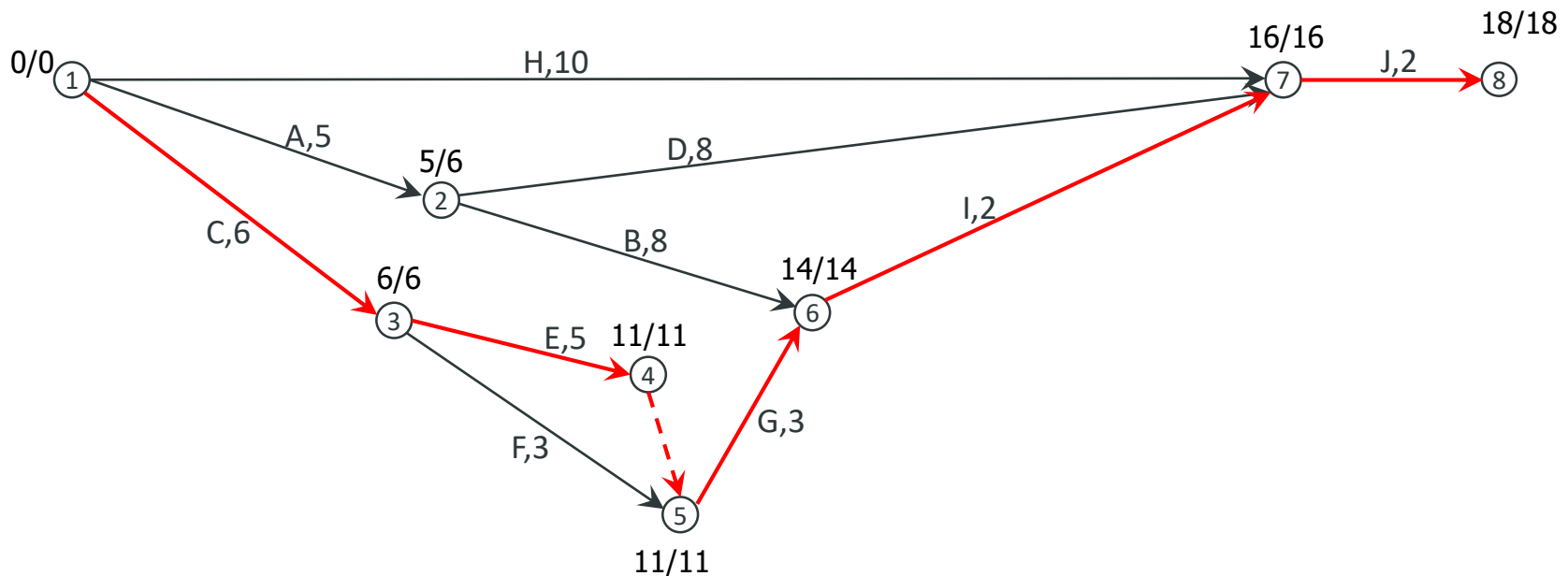
- a. Η επιτροπή επικοινωνήσε και επιθυμεί την παράδοση του έργου σε 20 εβδομάδες. Ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου είναι 18 εβδομάδες. Η επιτροπή θέλει να μάθει την πιθανότητα να έχει ολοκληρωθεί το PC Lab σε 20 εβδομάδες.
- b. Η ολοκλήρωση του έργου είναι εξαιρετικά σημαντική και θέλουμε να είμαστε απολύτως βέβαιοι πως θα παραδώσουμε το έργο τη συμφωνημένη ημερομηνία.
- c. Η Σχολή επιθυμεί την ολοκλήρωση του PC Lab πριν την έναρξη του εαρινού εξαμήνου, δηλαδή σε 17 εβδομάδες. Ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου είναι σε 18 εβδομάδες. Ποια η πιθανότητα να έχει ολοκληρωθεί το έργο σε 17 εβδομάδες;



Δραστηριότητα	Προηγούμενα	Αισιόδοξη Διάρκεια	Πιθανή Διάρκεια	Απαισιόδοξη Διάρκεια
A	-	3	4	11
B	A	5	8	11
C	-	3	6	9
D	A	4	8	12
E	C	2	4	12
F	C	1	3	5
G	E, F	2	3	4
H	-	7	10	13
I	B, G	2	2	2
J	D, H, I	1	2	3



- Υπολογίζω τους αναμενόμενους χρόνους t_i
- Επιλύω το δίκτυο



- Υπολογίζω τις διακυμάνσεις της διάρκειας των δραστηριοτήτων $\sigma_{t_i}^2$



Δραστηριότητα	Προηγούμενη	Αισιόδοξη Διάρκεια	Πιθανή Διάρκεια	Απαισιόδοξη Διάρκεια	Αναμενόμενη Διάρκεια (t_i)	Διακύμανση ($\sigma_{T_i}^2$)
A	-	3	4	11	5	1,78
B	A	5	8	11	8	1
C	-	3	6	9	6	1
D	A	4	8	12	8	1,78
E	C	2	4	12	5	2,78
F	C	1	3	5	3	0,44
G	E, F	2	3	4	3	0,11
H	-	7	10	13	10	1
I	B, G	2	2	2	2	0
J	D, H, I	1	2	3	2	0,11



- Υπολογίζω τη διακύμανση της διάρκειας του έργου

$$\sigma_T^2 = \sigma_C^2 + \sigma_E^2 + \sigma_G^2 + \sigma_I^2 + \sigma_J^2 = 1 + 2,78 + 0,11 + 0 + 0,11 = 4$$

- Υπολογίζω την τυπική απόκλιση της διάρκειας του έργου $\sigma_T = 2$

- a. Υπολογίζω το

$$Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T} = \frac{20 - 18}{2} = 1$$

Για $Z=1$ η πιθανότητα είναι 0.84134

Δηλαδή η πιθανότητα το έργο να έχει ολοκληρωθεί έως την 20^η εβδομάδα είναι 84.13%.



- b. Στον πίνακα κανονικής κατανομής βρίσκουμε για πιθανότητα 95% το $Z=1.645$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το T_x

$$Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T} \Rightarrow 1.645 = \frac{T_x - 18}{2} \Rightarrow T_x = 21.29 \text{ εβδομάδες}$$

Δηλαδή είμαστε απολύτως βέβαιοι ότι το έργο θα είναι έτοιμο έως την 21.29^η εβδομάδα.

- c. Υπολογίζουμε το

$$Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T} = \frac{17 - 18}{2} = -0.5$$

Για $Z=0.5$ η πιθανότητα είναι 0.6915 άρα για $Z=-0.5$ η πιθανότητα είναι $1-0.6915=0.3085$

Δηλαδή η πιθανότητα το έργο να έχει ολοκληρωθεί έως την 17^η εβδομάδα είναι 30.85%.



Να εξετάσετε το ακόλουθο δίκτυο που αντιπροσωπεύει ένα μικρό έργο συντήρησης. (όλοι οι χρόνοι αντιστοιχούν σε ημέρες, ενώ το δίκτυο αρχίζει από τον κόμβο 1 και τελειώνει στον κόμβο 7.)

- a. Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα με βέλη που να αναπαριστά το έργο
- b. Ποια είναι η κρίσιμη διαδρομή και η χρονική διάρκεια της;
- c. Ποιο είναι το συνολικό χρονικό περιθώριο στο δίκτυο;
- d. Ποιος είναι ο αναμενόμενος χρόνος του έργου για ποσοστά ολοκλήρωσης 68, 95 και 99%
- e. Εάν ο εκτιμώμενος χρόνος ολοκλήρωσης της δραστηριότητας Η ήταν 15 ημέρες, τι επίπτωση θα είχε αυτό στην απάντηση που δώσατε στο ερώτημα b;



Δραστηριότητα	Αρχικός Κόμβος	Τελικός Κόμβος	Αισιόδοξη Διάρκεια	Πιθανή Διάρκεια	Απαισιόδοξη Διάρκεια
A	1	2	1	2	3
B	1	4	4	5	6
Γ	1	3	4	5	6
Δ	2	6	2	3	4
E	2	4	1	2	3
Z	3	4	2	3	4
H	3	5	7	9	15
Θ	4	6	4	5	6
I	4	7	6	10	14
K	4	5	1	2	3
Λ	5	7	2	3	4
M	6	7	6	10	14

- Περιγραφή και σύγκριση τεχνικών χρονικού προγραμματισμού δικτύων.
 - CPM, PERT
- Μεθοδολογία PERT
 - Αισιόδοξες, απαισιόδοξες και πιθανότερες χρονικές εκτιμήσεις



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ;