ΔΕΔΟΜΕΝΑ – ΜΟΝΤΕΛΑ – ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ:

ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

ΔΡ. Γ. ΜΑΤΣΟΠΟΥΛΟΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Δ.Π.Μ.Σ. «ΤΕΧΝΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»

*ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ*

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΕΔΟΜΕΝΑ – ΜΟΝΤΕΛΑ – ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ: ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

«Λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα – Πίνακες αποτελεσμάτων, Συναρτήσεις ωφελείας, Δέντρα αποφάσεων»

Δομή Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

- **Όλα τα προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα αποτελούνται από τα ακόλουθα δομικά στοιχεία:**
  1) **Σύνολο αποφάσεων (*decision space*) Q. Είναι το σύνολο όλων των εναλλακτικών αποφάσεων q που μπορούν να ληφθούν.**
  2) **Σύνολο καταστάσεων (*state space*) S. Είναι το σύνολο όλων των πιθανών τιμών s για κάθε παράμετρο του προβλήματος που είναι πέρα από τον έλεγχό μας.**
  3) **Ένα μοναδικό αποτέλεσμα W(q, s) για κάθε συνδυασμό αποφάσεων και τιμών των μη ελεγχόμενων παραμέτρων.**

Δομή Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

- **Τα προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:**

1) **Αριθμός σταδίων λήψης αποφάσεων (*single stage – multi stage*).**
2) **Αριθμός μη ελεγχόμενων παραμέτρων.**
3) **Πλήθος πιθανών καταστάσεων των μη ελεγχόμενων παραμέτρων.**

Δομή Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

4) **Αριθμός μεταβλητών απόφασης.**

5) **Δυνατότητα εκτίμησης των πιθανοτήτων εμφάνισης κάθε πιθανής κατάστασης των μη ελεγχόμενων παραμέτρων**

6) **Κριτήρια για την αξιολόγηση και ιεράρχηση των εναλλακτικών αποφάσεων του προβλήματος**

Εκτίμηση Αβεβαιότητας

- **<u>Αποφάσεις υπό κίνδυνο</u> (*risk*): Η λήψη αποφάσεων υπό κίνδυνο προϋποθέτει ότι ο αναλυτής γνωρίζει όλες τις πιθανές τιμές των μη ελεγχόμενων παραμέτρων και μπορεί να προσδιορίσει την πιθανότητα πραγματοποίησης κάθε τιμής τους.**

Οι πιθανότητες μπορεί να προκύπτουν από τη συλλογή και ανάλυση ιστορικών στοιχείων ή να είναι απολύτως υποκειμενικές βάσει της εμπειρίας / αντίληψης του αναλυτή.

Εκτίμηση Αβεβαιότητας

- **<u>Αποφάσεις υπό ισχυρή αβεβαιότητα</u> (*severe uncertainty*). Η λήψη αποφάσεων υπό ισχυρή αβεβαιότητα προϋποθέτει ότι ο αναλυτής γνωρίζει όλες τις πιθανές τιμές των μη ελεγχόμενων παραμέτρων αλλά δεν μπορεί να έχει καμία αξιόπιστη εκτίμηση για το πόσο πιθανή είναι μία δεδομένη τιμή σε σχέση με τις υπόλοιπες.**

Μοντελοποίηση Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

- **Τα προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα μπορούν να μοντελοποιηθούν με τη χρήση των ακόλουθων εργαλείων:**

1) **Πίνακες Αποτελεσμάτων (*Payoff Tables*).**
2) **Δένδρα Αποφάσεων (*Decision Trees*).**
3) **Διαγράμματα Επιδράσεων (*Influence Diagrams*).**

Μοντελοποίηση Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

	Πίνακες Αποτελεσμάτων	**Δένδρα Αποφάσεων**	**Διαγράμματα Επιδράσεων**
Αριθμός σταδίων	Ένα	Πολλά	Πολλά
Αριθμός μη ελεγχόμενων παραγόντων	Ένας	Πολλοί	Πολλοί
Πλήθος μελλοντικών καταστάσεων	Μικρό & αριθμήσιμο	Μικρό & αριθμήσιμο	Απεριόριστο
Αριθμός μεταβλητών απόφασης	Μία	Μία	Πολλές

Πίνακες Αποτελεσμάτων

Δομή Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

- **Προβλήματα που αφορούν στη λήψη μίας και μοναδικής απόφασης όταν τα αποτελέσματα εξαρτώνται από τις τιμές μίας μόνο παραμέτρου με μικρό αριθμό πιθανών τιμών, μοντελοποιούνται με τη χρήση Πινάκων Αποτελεσμάτων.**
- **Ένας πίνακας αποτελεσμάτων παρουσιάζει τα αποτελέσματα από όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των εναλλακτικών αποφάσεων με τις τιμές της μη ελεγχόμενης παραμέτρου. Τα αποτελέσματα των συνδυασμών μπορούν να αφορούν σε οποιοδήποτε μέγεθος σύγκρισης των αποφάσεων μεταξύ τους.**

Μέθοδοι Λήψης Αποφάσεων

- **Μέθοδοι λήψης αποφάσεων υπό κίνδυνο**

1) **Κριτήριο Μέγιστης Αναμενόμενης Αξίας (*Max Expected Value*)**
2) **Στοχαστική Κυριαρχία (*Stochastic Dominance*)**
3) **Συναρτήσεις Ωφελείας (*Utility Functions*)**

Κριτήριο Max Expected Value

Αν A το σύνολο των εναλλακτικών αποφάσεων, S το σύνολο των διαφορετικών τιμών της μη ελεγχόμενης παραμέτρου, p_S η πιθανότητα εμφάνισης της τιμής s και W(α,s) το αποτέλεσμα κάθε συνδυασμού, τότε το max EV κριτήριο αποτυπώνεται ως:

$$\max_{a \in A} \; E_{s \in S}\left[W(a,s)\right] = \max_{a \in A} \sum_{s \in S} p_s \cdot W(a,s)$$

Παράδειγμα 1

- **Ο ιδιοκτήτης ενός βιβλιοπωλείου πρέπει να αποφασίσει πόσα αντίτυπα του βιβλίου «Data, Models and Decisions» θα παραγγείλει για την ακαδημαϊκή χρονιά που αρχίζει. Η ζήτηση για το βιβλίο εξαρτάται από τον αριθμό των μαθημάτων που θα το χρησιμοποιήσουν, στα τοπικά πανεπιστήμια.**

Κριτήριο Max Expected Value- Παράδειγμα

Ο Πίνακας Αποτελεσμάτων του προβλήματος:

Εναλλακτικές Αποφάσεις	Αριθμός Μαθημάτων			
	7	8	9	10
280	2.800 €	2.720 €	2.640 €	2.480 €
320	2.600 €	3.200 €	3.040 €	2.880 €
360	2.400 €	3.000 €	3.600 €	3.440 €
400	2.200 €	2.800 €	3.400 €	4.000 €
Πιθανότητα	0,1	0,3	0,4	0,2

Κριτήριο Max Expected Value- Παράδειγμα

Πίνακας Αποτελεσμάτων					Αναμενόμενη Αξία
Αποφάσεις	7	8	9	10	
280	2.800 €	2.720 €	2.640 €	2.480 €	**2.648 €**
320	2.600 €	3.200 €	3.040 €	2.880 €	**3.012 €**
360	2.400 €	3.000 €	3.600 €	3.440 €	**3.268 €**
400	2.200 €	2.800 €	3.400 €	4.000 €	**3.220 €**
Πιθανότητα	0,1	0,3	0,4	0,2	

Η βέλτιστη απόφαση

2.800 * 0,1 + 2.720 * 0,3 + 2.640 * 0,4 + 2.480 * 0,2 = 2.648 €

Περιορισμοί για τη χρήση της αναμενόμενης αξίας

- **1ος Περιορισμός: Η αναμενόμενη αξία μιας απόφασης έχει σημασία μόνο όταν η απόφαση αυτή λαμβάνεται επανειλημμένα. Σε αυτή την περίπτωση, η αναμενόμενη αξία είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα του συμψηφισμού των κερδών και των ζημιών που αποφέρει κάθε φορά η λήψη της υπό εξέταση απόφασης.**

Περιορισμοί για τη χρήση της αναμενόμενης αξίας

- **<u>2ος Περιορισμός</u>: Η χρήση της αναμενόμενης αξίας ως κριτήριο για τη λήψη μιας απόφασης υπό αβεβαιότητα αγνοεί πλήρως το βαθμό στον οποίο αυτός που θα λάβει την απόφαση είναι διατεθειμένος να αναλάβει μεγαλύτερο ρίσκο προσδοκώντας μεγαλύτερα ενδεχόμενα κέρδη. Με άλλα λόγια, το κριτήριο αυτό υπονοεί αδιαφορία απέναντι στον κίνδυνο (*risk neutrality*).**

Περιορισμοί για τη χρήση της αναμενόμενης αξίας

- **<u>Απόδειξη</u>: Έστω ότι σας δίνεται η ευκαιρία να συμμετάσχετε στο ακόλουθο παιχνίδι: Ένα νόμισμα θα ριχθεί ξανά και ξανά μέχρι να έρθει γράμματα για πρώτη φορά. Αν έρθει γράμματα με το 1^{ο} ρίξιμο, θα κερδίσετε 2€, αν έρθει γράμματα με το 2^{ο} ρίξιμο, θα κερδίσετε 4€, αν έρθει γράμματα με το 3^{ο} ρίξιμο, θα κερδίσετε 8€ κ.ο.κ.**

  Με πόσα χρήματα θα ανταλλάσατε την ευκαιρία να συμμετάσχετε σε αυτό το παιχνίδι;

Περιορισμοί για τη χρήση της αναμενόμενης αξίας

Η πιθανότητα να έρθει γράμματα με την 1η φορά είναι 0,5, με τη 2η είναι $0{,}5^2$**, με τη ν-οστή φορά είναι** $0{,}5^n$**.**

Συνεπώς, το αναμενόμενο όφελος είναι:

$$0{,}5 \cdot 2 + 0{,}5^2 \cdot 2^2 + 0{,}5^3 \cdot 2^3 + \ldots = 1 + 1^2 + 1^3 + \ldots = \infty$$

Άρα η αναμενόμενη (μέση) αξία αυτού του παιχνιδιού είναι άπειρη. Ωστόσο, θα δίνατε ποτέ ένα απεριόριστο ποσό για να παίξετε σε ένα παιχνίδι με πιθανότητα 50% να σας αποφέρει μόνο 2€ και 87.5% να σας αποφέρει μέχρι 8€;

Στοχαστική κυριαρχία

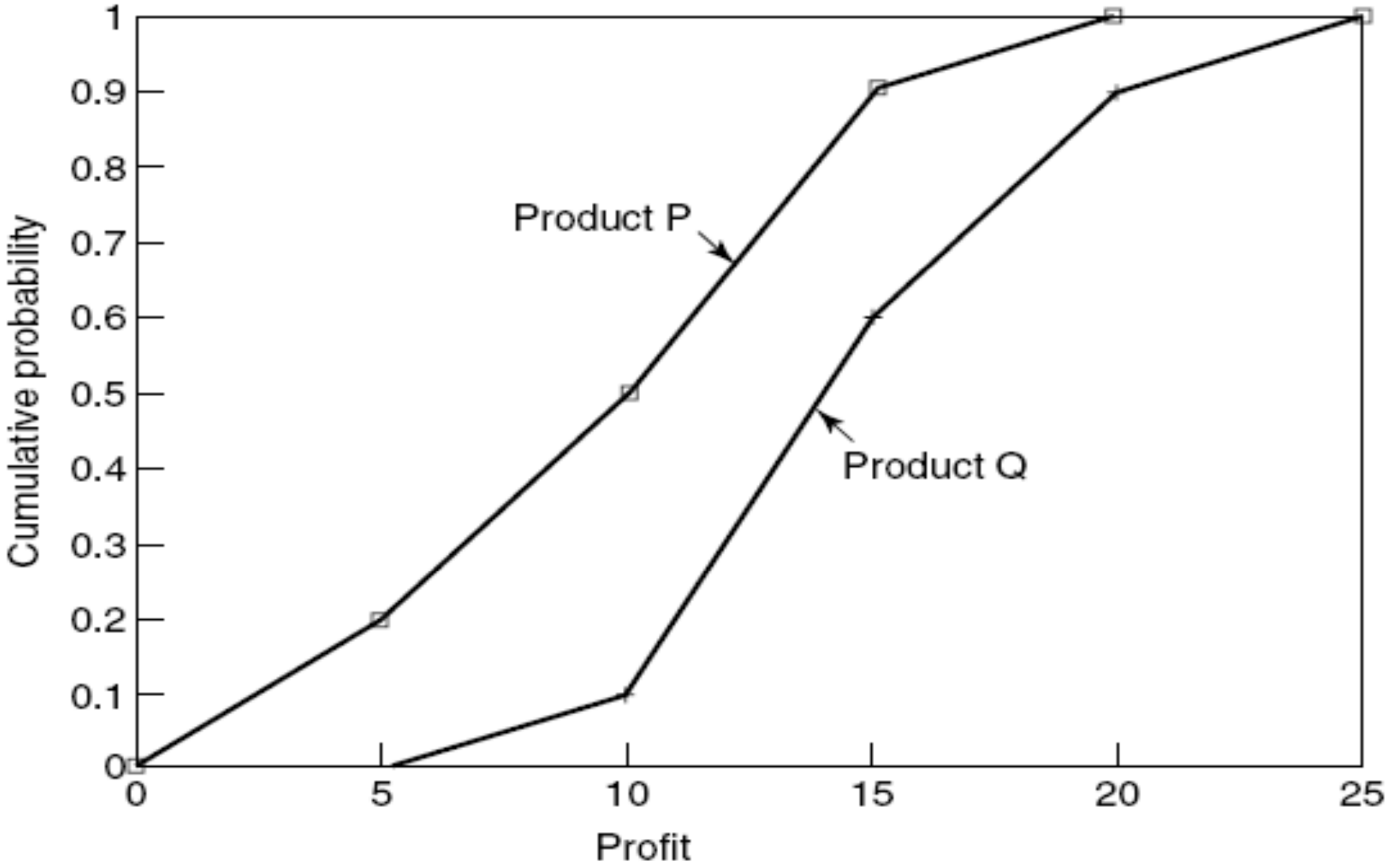
- **Έστω ότι μια εταιρεία μπορεί να απασχολήσει πόρους για την ανάπτυξη μόνο ενός εκ των προϊόντων P και Q. Η κατανομή αθροιστικής πιθανότητας για τα αναμενόμενα κέρδη από τα δύο προϊόντα είναι:**

P		**Q**	
Κέρδη (εκατ. €)	Πιθανότητα	Κέρδη (εκατ. €)	Πιθανότητα
5	0,2	5	0
10	0,5	10	0,1
15	0,9	15	0,6
20	1	20	0,9
		25	1

Στοχαστική κυριαρχία

- **Η μέση τιμή του κέρδους από το προϊόν P είναι 12 εκατ. € ενώ από το προϊόν Q είναι 19 εκατ. €. Ωστόσο, η εταιρεία δεν είναι αδιάφορη απέναντι στον κίνδυνο και ως εκ τούτου θέλει να αξιολογήσει και τον κίνδυνο πίσω από κάθε επιλογή της.**
- **Η κατανομή αθροιστικής πιθανότητας για το κέρδος κάθε επιλογής φαίνεται στο επόμενο σχήμα:**

Στοχαστική κυριαρχία



Στοχαστική κυριαρχία

- **Παρατηρούμε ότι η καμπύλη για το προϊόν Q βρίσκεται πάντα δεξιότερα από την καμπύλη για το προϊόν P. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε επίπεδο κέρδους, η επιλογή του προϊόντος Q προσφέρει μικρότερη πιθανότητα το πραγματικό κέρδος να πέσει κάτω από αυτό το επίπεδο.**
- **Σε αυτή την περίπτωση, η επιλογή του Q κυριαρχεί στοχαστικά την επιλογή του P (στοχαστική κυριαρχία 1ης τάξης). Ανεξάρτητα από την ανοχή στον κίνδυνο αυτού που καλείται να πάρει την απόφαση, η επιλογή του Q είναι προτιμότερη από την επιλογή του P.**

Στοχαστική κυριαρχία

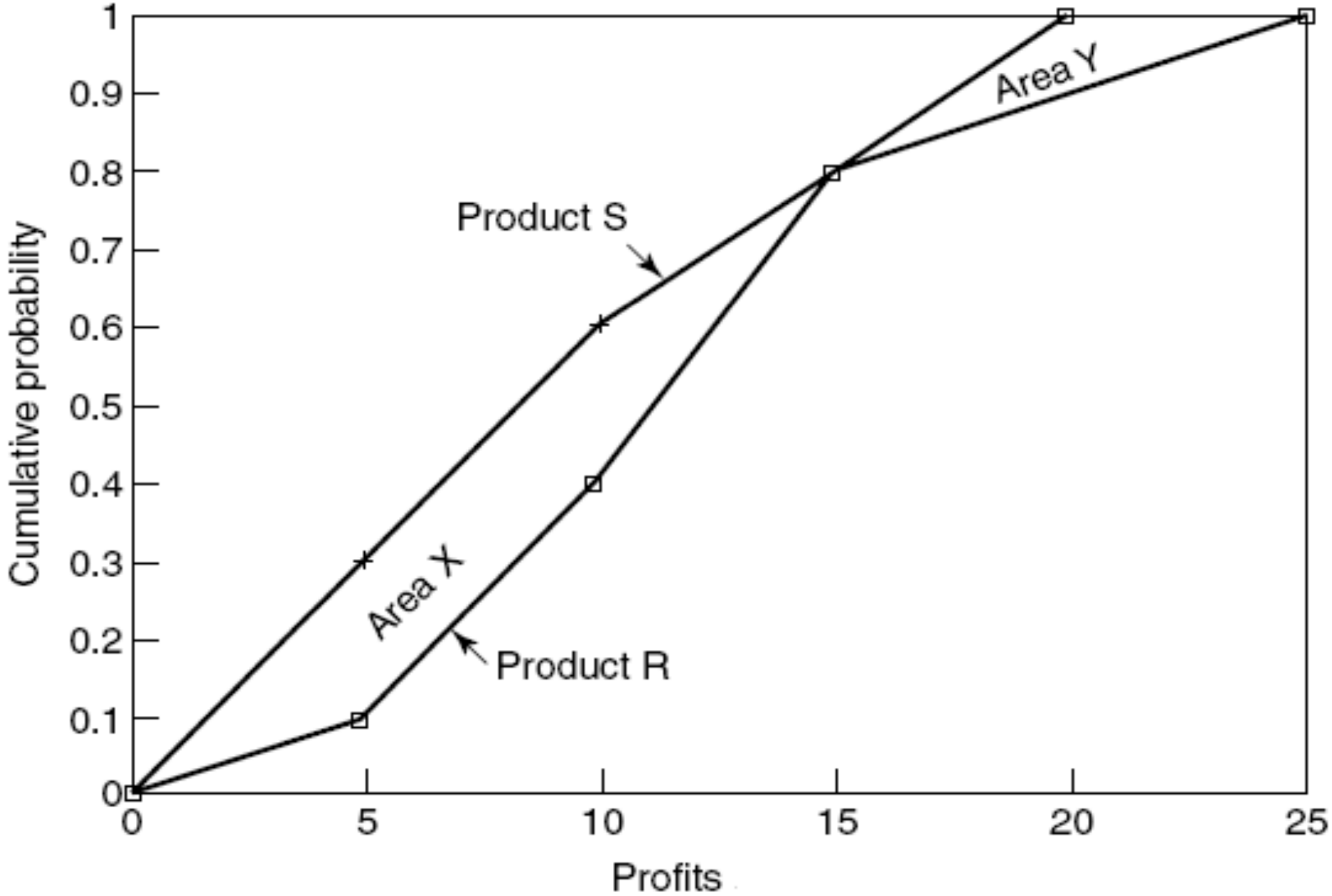
- **Έστω ότι μια εταιρεία μπορεί να απασχολήσει πόρους για την ανάπτυξη μόνο ενός εκ των προϊόντων R και S. Η κατανομή αθροιστικής πιθανότητας για τα αναμενόμενα κέρδη από τα δύο προϊόντα είναι:**

R		**S**	
Κέρδη (εκατ. €)	Πιθανότητα	Κέρδη (εκατ. €)	Πιθανότητα
5	0,1	5	0,3
10	0,4	10	0,6
15	0,8	15	0,8
20	1	20	0,9
25	1	25	1

Στοχαστική κυριαρχία

- **Η μέση τιμή του κέρδους από το προϊόν R είναι 13,5 εκατ. € ενώ από το προϊόν S είναι 12 εκατ. €. Ωστόσο, η εταιρεία δεν είναι αδιάφορη απέναντι στον κίνδυνο και ως εκ τούτου θέλει να αξιολογήσει και τον κίνδυνο πίσω από κάθε επιλογή της.**
- **Η κατανομή αθροιστικής πιθανότητας για το κέρδος κάθε επιλογής φαίνεται στο επόμενο σχήμα:**

Στοχαστική κυριαρχία



Στοχαστική κυριαρχία

- **Παρατηρούμε ότι η καμπύλη για το προϊόν R βρίσκεται δεξιότερα από την καμπύλη για το προϊόν S στο διάστημα [0, 15] εκατ. €. Αντίθετα, στο διάστημα [15, 25] εκατ. € κυριαρχεί στοχαστικά η επιλογή του S.**
- **Ωστόσο, η επιλογή του R κυριαρχεί στοχαστικά την επιλογή του S (στοχαστική κυριαρχία 2ης τάξης), καθώς η περιοχή X έχει μεγαλύτερο εμβαδό από την περιοχή Y.**

Στοχαστική κυριαρχία

Ένας μαθηματικός ορισμός της στοχαστικής κυριαρχίας:

Έστω X και Y δύο τ.μ. με συναρτήσεις αθροιστικής κατανομής πιθανότητας F και G, αντίστοιχα. Αν [a, b] το μικρότερο διάστημα για το οποίο ισχύει:

F(a) = G(a) = 0 και F(b) = G(b) = 1, τότε η X κυριαρχεί στοχαστικά της Y μέσα στο διάστημα [a, b] αν και μόνο αν:

$$\int_a^x F(s)ds \leq \int_a^x G(s)ds \quad \forall x \in [a,b]$$

Στοχαστική κυριαρχία - Παράδειγμα

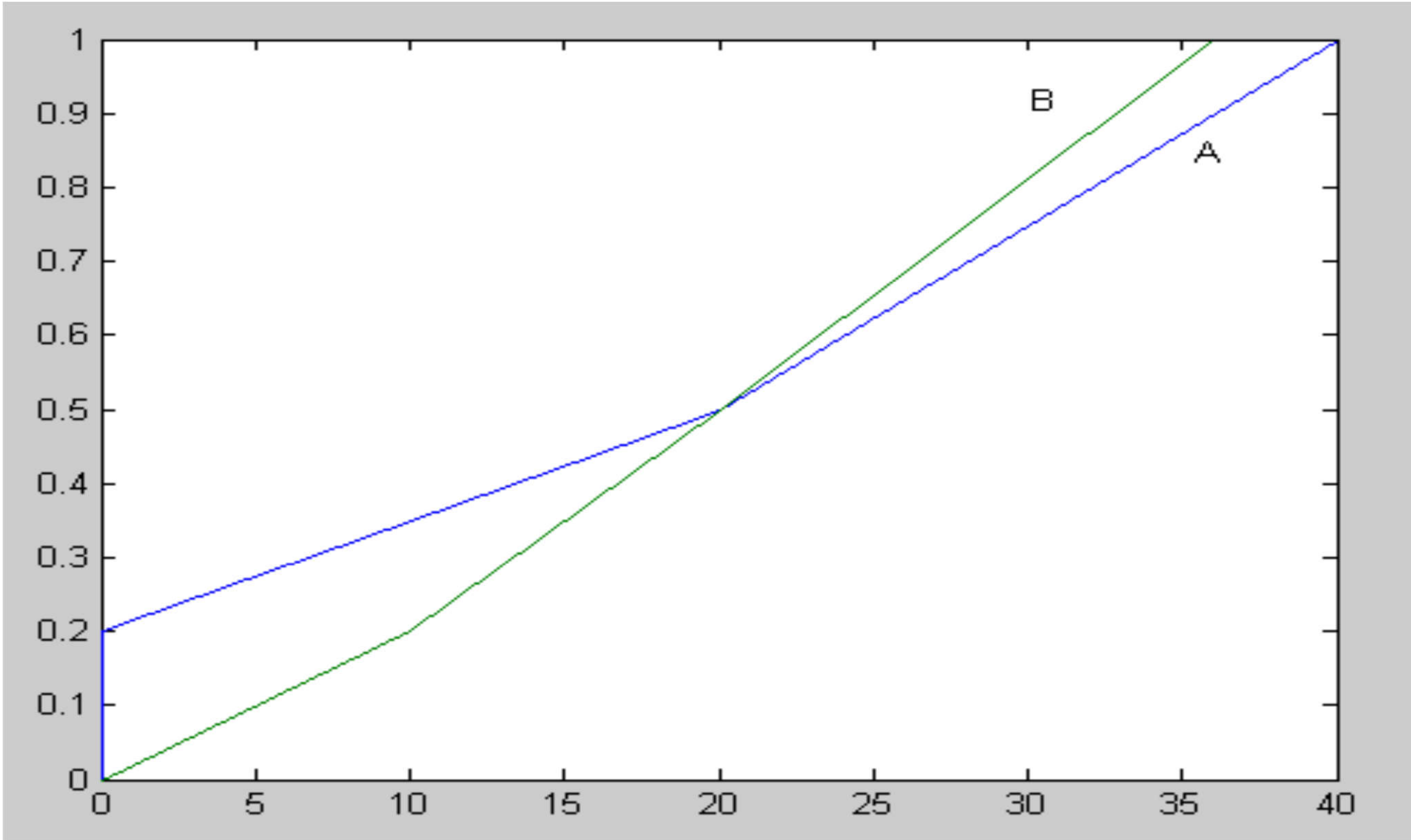
Έστω δύο τυχερά παιχνίδια Α και Β, με τις ακόλουθες κατανομές αθροιστικής πιθανότητας:

Α		**Β**	
Κέρδος	**Πιθανότητα**	**Κέρδος**	**Πιθανότητα**
0	0	0	0
0	0,2	10	0,2
20	0,5	20	0,5
40	1	36	1

Στοχαστική κυριαρχία - Παράδειγμα

- **Παρατηρούμε ότι E(A) = E(B) = 26.**
- **Ωστόσο, εάν κανείς παρουσιάζει αποστροφή προς τον κίνδυνο θα πρέπει να επιλέξει το Β έναντι του Α, όπως φαίνεται από ση σχέση των κατανομών αθροιστικής πιθανότητας των δύο επιλογών:**

Στοχαστική κυριαρχία - Παράδειγμα



Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Έχετε αναλάβει τη διοργάνωση μιας επαγγελματικής έκθεσης. Η έκθεση μπορεί να διοργανωθεί είτε στο Luxuria Hotel είτε στο Maxima Center.**
- **Εάν διοργανωθεί στο Luxuria Hotel έχετε 60% πιθανότητα να πετύχετε μεγάλη προσέλευση κόσμου, οπότε και το καθαρό κέρδος σας θα ανέλθει στα 30.000 € και 40% πιθανότητα μικρής προσέλευσης κόσμου, οπότε το καθαρό κέρδος θα ανέλθει στα 11.000 €.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Εάν διοργανωθεί στο Maxima Center έχετε 50% πιθανότητα να πετύχετε μεγάλη προσέλευση κόσμου, οπότε και το καθαρό κέρδος σας θα ανέλθει στα 60.000 € και 50% πιθανότητα μικρής προσέλευσης κόσμου, οπότε το καθαρό κέρδος θα ανέλθει στα -10.000 €.**
- **Ποιον χώρο θα επιλέγατε για τη διοργάνωση της έκθεσης;**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Ο πίνακας αποτελεσμάτων του προβλήματος:**

	Μεγάλη Προσέλευση	Μικρή Προσέλευση	Αναμενόμενη Αξία
LH	30.000 €	11.000 €	22.400 €
Πιθανότητα	0,6	0,4	
MC	60.000 €	-10.000 €	25.000 €
Πιθανότητα	0,5	0,5	

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Το αναμενόμενο όφελος από την επιλογή του Luxuria Hotel είναι 22.400 €.**
- **Το αναμενόμενο όφελος από την επιλογή του Maxima Center είναι 25.000 €.**
- **Αν το αναμενόμενο όφελος χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο λήψης της απόφασης, προκρίνεται η επιλογή του Maxima Center.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Ωστόσο, η επιλογή του Maxima Center παρουσιάζει το μεγαλύτερο ρίσκο.**
- **Αυτό που απαιτείται είναι ένας τρόπος να προσδιοριστεί και να μοντελοποιηθεί ο βαθμός στον οποίο είναι κανείς διατεθειμένος να αναλάβει ρίσκο προσδοκώντας μεγαλύτερα οφέλη *(risk preferences)*.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Ειδικότερα, αναζητώ μια συνάρτηση U[W(α,s)] (*utility function*) με τιμές στο διάστημα [0, 1], που να αντιπροσωπεύει τη συγκριτική αξία που έχουν για μένα τα πιθανά αποτελέσματα κάθε απόφασης.**
- **Τα πιθανά αποτελέσματα του πίνακα του προβλήματος είναι:**

1. **60.000 €**
2. **30.000 €**
3. **11.000 €**
4. **-10.000 €**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Δίνω στο μεγαλύτερο αποτέλεσμα του πίνακα τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή της U[W(α,s)] και στο μικρότερο τη μικρότερη δυνατή τιμή της U[W(α,s)]:**

1. **U(60.000 €) = 1**
2. **U(30.000 €) = ?**
3. **U(11.000 €) = ?**
4. **U(-10.000 €) = 0**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Αν είμαι ουδέτερος (αδιάφορος) ως προς τον κίνδυνο, κάθε απόφαση με αναμενόμενο όφελος 30.000 € έχει για μένα την ίδια αξία με 30.000 € χωρίς αβεβαιότητα (βέβαιο ισοδύναμο).**
- **Αν τείνω να αποφεύγω τον κίνδυνο (*risk averse*), τα 30.000 € αποτελούν το βέβαιο ισοδύναμο (*certain equivalent*) για μια απόφαση με αναμενόμενο όφελος μεγαλύτερο των 30.000 €.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Ποια από τις επόμενες (ενδεικτικές) αποφάσεις είναι <u>για εσάς</u> ισοδύναμη με 30.000 € χωρίς αβεβαιότητα;**
- **Παρατηρείστε ότι όλες οι αποφάσεις συντίθενται από τα ποσά για τα οποία έχουμε ήδη προσδιορίσει τιμές για την U[W(α,s)].**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

Αποφάσεις				EV
A1	**Αποτέλεσμα**	60.000 €	-10.000 €	39.000 €
	Πιθανότητα	0,7	0,3	
A2	**Αποτέλεσμα**	60.000 €	-10.000 €	42.500 €
	Πιθανότητα	0,75	0,25	
A3	**Αποτέλεσμα**	60.000 €	-10.000 €	46.000 €
	Πιθανότητα	0,8	0,2	
A4	**Αποτέλεσμα**	60.000 €	-10.000 €	49.500 €
	Πιθανότητα	0,85	0,15	
A5	**Αποτέλεσμα**	60.000 €	-10.000 €	53.000 €
	Πιθανότητα	0,9	0,1	

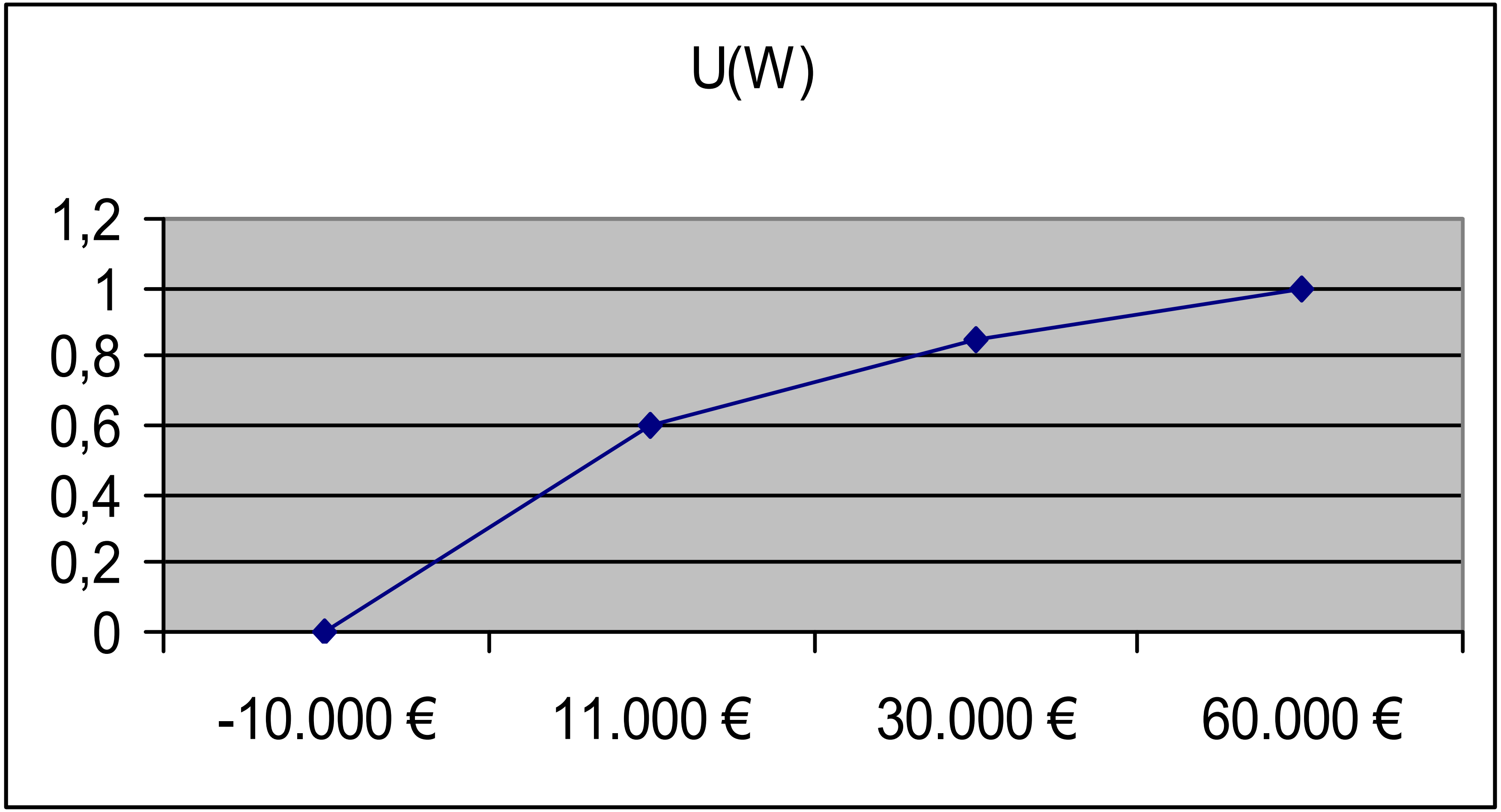
Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Έστω ότι η απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα ήταν η Α4. Τότε:**

$$U(30.000) = 0,85 \cdot U(60.000) + 0,15 \cdot U(-10.000) = 0,85$$

- **Έστω επίσης, ότι με την ίδια λογική προκύπτει U(11.000) = 0,6.**
- **Ως αποτέλεσμα, προκύπτει η ακόλουθη καμπύλη ωφελείας (*utility curve*):**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1



Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Η βέλτιστη απόφαση είναι αυτή που μεγιστοποιεί το:**

$$\underset{a \in A}{E}\left[U\left(W(a,s)\right)\right] = \sum_{s \in S} p_s \cdot U\left(W(a,s)\right)$$

- **Στο παρόν πρόβλημα, η βέλτιστη απόφαση είναι να γίνει η διοργάνωση της έκθεσης στο Luxuria Hotel.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 1

- **Αντικαθιστώ στον πίνακα αποτελεσμάτων, τα πιθανά κέρδη / ζημιές με τις αντίστοιχες τιμές της U[W(α,s)]:**

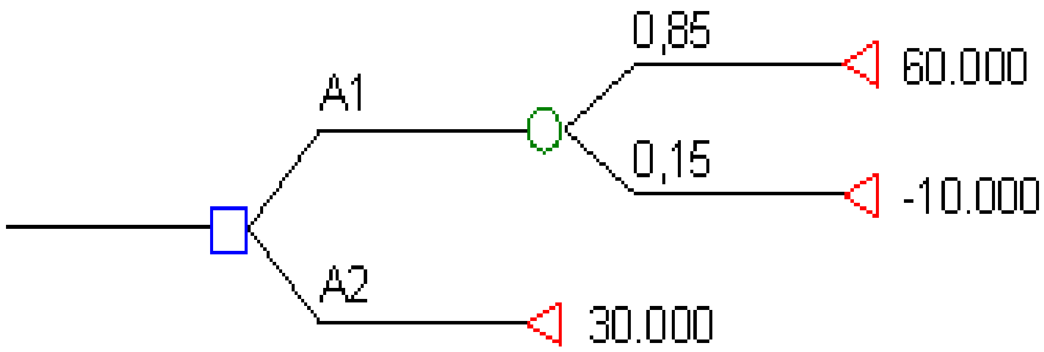
Η βέλτιστη απόφαση

	Μεγάλη Προσέλευση	Μικρή Προσέλευση	Expected Utility
LH	0,85	0,6	0,75
Πιθανότητα	0,6	0,4	
MC	1	0	0,5
Πιθανότητα	0,5	0,5	

0,85 * 0,6 + 0,6 * 0,4 = 0,75

Κόστος Κινδύνου (Risk Premium)

- **Στο παράδειγμα, οι δύο ακόλουθες αποφάσεις ήταν ισοδύναμες για τον διοργανωτή της επαγγελματικής έκθεσης:**



Κόστος Κινδύνου (Risk Premium)

- **Αν w είναι η τυχαία μεταβλητή που αντιπροσωπεύει το όφελος από την απόφαση Α1, τότε:**

$$A1 \sim A2 \Leftrightarrow E[U(w)] = U\left(E(w) - R\right) \Rightarrow$$

$$0{,}85 \cdot U(60.000) + 0{,}15 * U(-10.000) =$$

$$U(30.000) = U(49.500 - 19.500) \Rightarrow$$

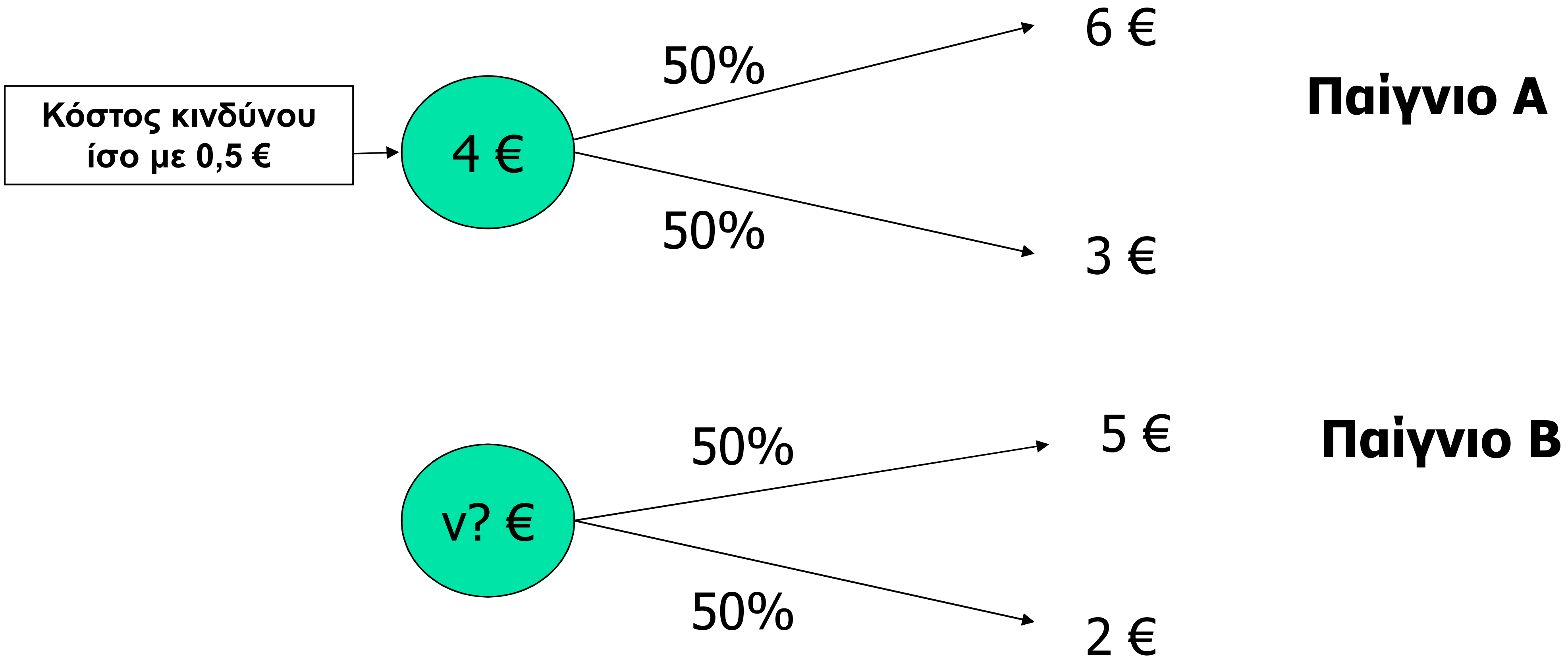
$$R = 19.500$$

Κόστος Κινδύνου (Risk Premium)

- **Το R καλείται κόστος κινδύνου (*risk premium*) και αντιπροσωπεύει το ποσό που είμαι διατεθειμένος να «πληρώσω» ώστε να εξαλείψω τον κίνδυνο από την απόφαση A1.**
- **Θετικές τιμές του R υποδηλώνουν αποστροφή προς τον κίνδυνο, αρνητικές τιμές υποδηλώνουν προτίμηση στον κίνδυνο, ενώ R = 0 σημαίνει αδιαφορία προς τον κίνδυνο.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 2

<u>Πόσο αξίζει το παίγνιο Β;</u>



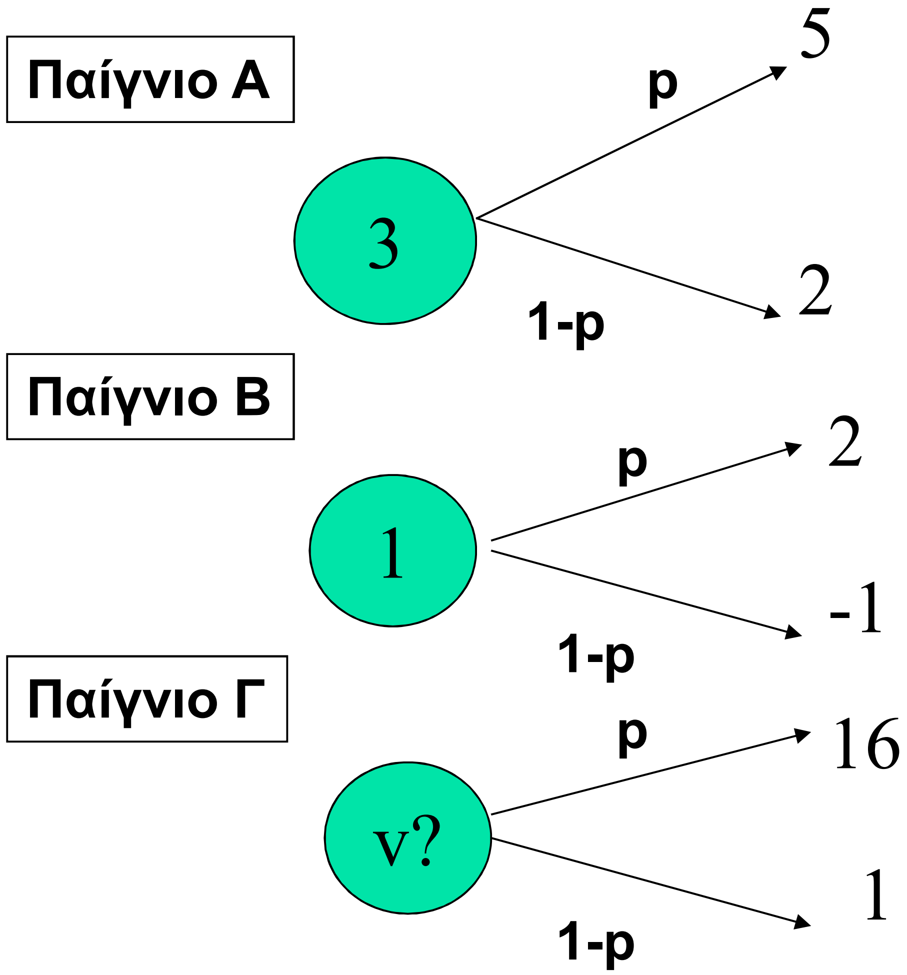
Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 2

Ορίζω $r_u = \dfrac{0{,}5 \cdot 3 + 0{,}5 \cdot 6}{4} = 1{,}125.$

Εάν το αποτέλεσμα κάθε παιγνίου εξαρτάται από το ίδιο «στρίψιμο» του νομίσματος (κοινή πηγή αβεβαιότητας), τότε θα πρέπει να ισχύει:

$$r_u = \frac{0{,}5 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot 5}{v} = 1{,}125 \Rightarrow v = 3{,}10$$

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 3



Τα αποτελέσματα και των τριών παιγνίων εξαρτώνται από κοινή πηγή αβεβαιότητας

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 3

Θα βάλω x € στο παίγνιο Α και y € στο παίγνιο Β. Η επιλογή μου αυτή είναι ισοδύναμη με το παίγνιο Γ όταν:

$$5 \cdot x + 2 \cdot y = 16$$

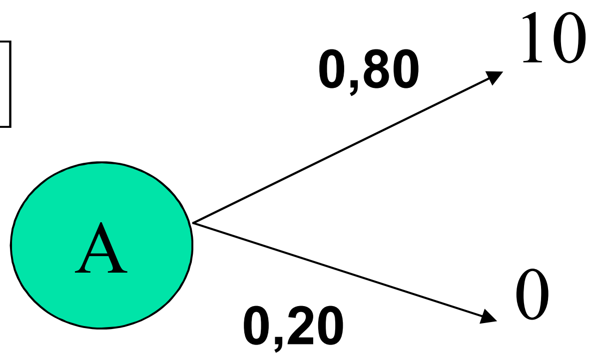
$$\kappa\alpha\iota$$

$$2 \cdot x - y = 1$$

Αυτό συνεπάγεται x = 2 και y = 3, ενώ η αξία του παιγνίου Γ είναι $2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 9$

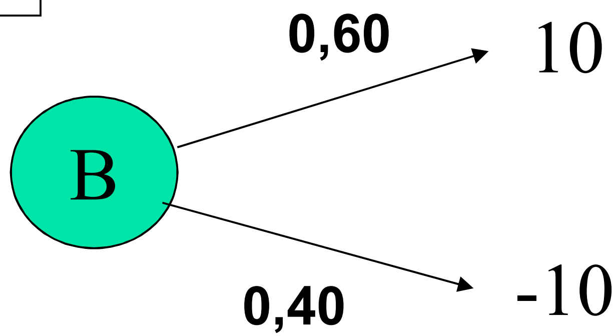
Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 4

Παίγνιο Α

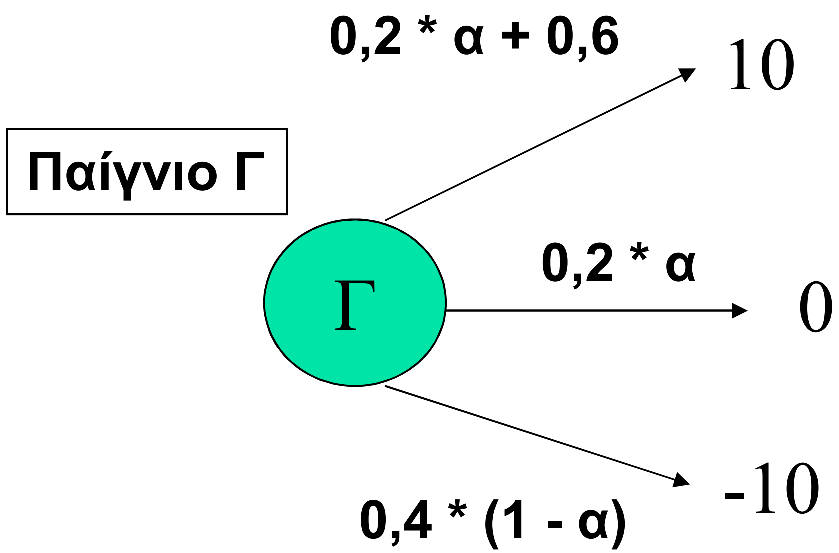


<u>Ερώτηση</u>: Αναζητώ ένα παίγνιο Γ που να έχει την *ίδια αξία* με το συνδυασμό: α*Α + (1-α)*Β

Παίγνιο Β



Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 4



Απάντηση: Αρκεί να βρω ένα παίγνιο Γ που να είναι *ισοδύναμο* σε αβεβαιότητα και κέρδη με το συνδυασμό: α*Α + (1-α)*Β

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 5

Τραβάμε τυχαία μία μπάλλα από τα κουτιά Α και Β. Μέσα στο κουτί Α υπάρχουν 50 κόκκινες και 50 μαύρες μπάλλες. Μέσα στο κουτί Β υπάρχουν συνολικά 100 κόκκινες και μαύρες μπάλλες αλλά δεν είναι γνωστά τα επιμέρους ποσοστά.

Έστω δύο τυχερά παίγνια:

X_A **= 100 € αν η μπάλλα από το Α είναι κόκκινη και 0 € αν είναι μαύρη.**

X_B **= 100 € αν η μπάλλα από το Β είναι κόκκινη και 0 € αν είναι μαύρη.**

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 5

Οι περισσότεροι άνθρωποι διαλέγουν το X_A.

Έστω δύο ακόμα τυχερά παίγνια:

Y_A **= 100 € αν η μπάλλα από το Α είναι μαύρη και 0 € αν είναι κόκκινη.**

Y_B **= 100 € αν η μπάλλα από το Β είναι μαύρη και 0 € αν είναι κόκκινη.**

Οι περισσότεροι άνθρωποι διαλέγουν το Y_A.

Είναι συνεπείς οι δύο επιλογές μεταξύ τους; (σύμφωνα με τη θεωρία χρησιμότητας)

Συναρτήσεις Ωφελείας – Παράδειγμα 5

Έστω ρ το ποσοστό των κόκκινων μπαλλών μέσα στο Β.

$$X_A \succ X_B \Rightarrow EU(X_A) > EU(X_B) \Rightarrow$$

$$0{,}5 \cdot U(0) + 0{,}5 \cdot U(100) > (1-p) \cdot U(0) + p \cdot U(100) \Rightarrow$$

$$\{-U(0) - U(100)\}$$

$$-0{,}5 \cdot U(0) - 0{,}5U(100) > -p \cdot U(0) + (p-1) \cdot U(100) \Rightarrow$$

$$\{\cdot(-1)\}$$

$$0{,}5 \cdot U(0) + 0{,}5 \cdot U(100) < p \cdot U(0) + (1-p) \cdot U(100) \Rightarrow$$

$$EU(Y_A) < EU(Y_B) \Rightarrow Y_A \prec Y_B$$

Συναρτήσεις Ωφελείας

- **Στην πράξη, οι συναρτήσεις ωφελείας έχουν την εκθετική μορφή:**

$$U(x) = A - B \cdot e^{\frac{-x}{r}}$$

- **Ο συντελεστής r αντιπροσωπεύει το βαθμό ανοχής στον κίνδυνο. Μεγαλύτερο r συνεπάγεται μεγαλύτερη ανοχή στον κίνδυνο. Μηδενικό r συνεπάγεται μηδενική ανοχή.**

Συναρτήσεις Ωφελείας

- **Οι συναρτήσεις ωφελείας με εκθετική μορφή – <u>και μόνο αυτές</u> – έχουν τα ακόλουθα 2 πλεονεκτήματα:**

Συναρτήσεις Ωφελείας

1) **Η ωφέλεια από ένα πιθανό αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητη από την παρούσα κατάσταση αυτού που λαμβάνει τις αποφάσεις. Με άλλα λόγια, η τιμή της ποσότητας h δεν έχει καμία επίδραση στη σύγκριση των ωφελειών των δύο ακόλουθων πιθανών αποτελεσμάτων:**

$$U(30.000+h)=p\cdot U\left(60.000+h\right)+(1-p)\cdot U(-10.000+h)$$

και

$$U(11.000+h)=q\cdot U\left(60.000+h\right)+(1-q)\cdot U(-10.000+h)$$

Συναρτήσεις Ωφελείας

- **Η ιδιότητα αυτή συνεπάγεται ότι στο προηγούμενο παράδειγμα η βέλτιστη απόφαση είναι η διοργάνωση της έκθεσης στο Luxuria Hotel, ανεξάρτητα από την οικονομική κατάσταση αυτού που θα λάβει τη σχετική απόφαση.**
- **Η εν λόγω ιδιότητα υπάρχει μόνο στις συναρτήσεις ωφελείας με α) εκθετική και β) γραμμική μορφή.**

Συναρτήσεις Ωφελείας

2) **Οι συναρτήσεις ωφελείας εκθετικής μορφής έχουν άνω όριο στο ρίσκο που είναι κανείς διατεθειμένος να αναλάβει. Το όριο αυτό εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή r.**

Αντίθετα, οι συναρτήσεις ωφελείας γραμμικής μορφής συνεπάγονται αδιαφορία για τον κίνδυνο.

Συναρτήσεις Ωφελείας

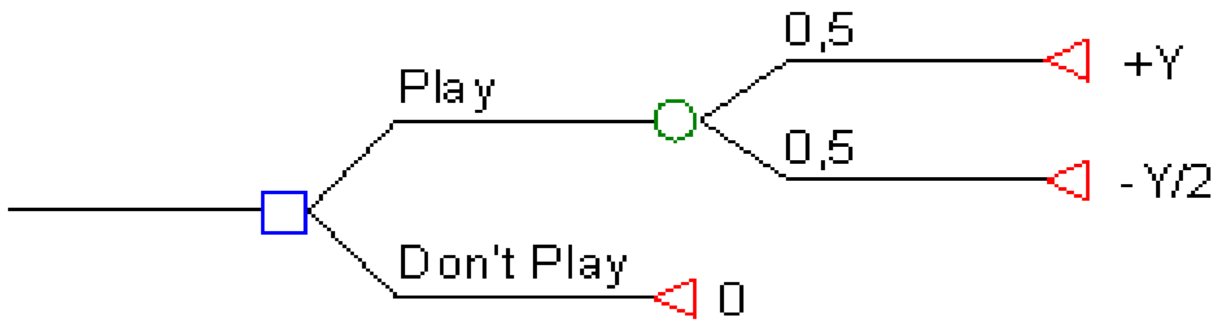
- **Εάν U(H) =1 και U(L) = 0, τότε:**

$$A = e^{-L/r} \Big/ \left[e^{-L/r} - e^{-H/r} \right]$$

$$B = 1 \Big/ \left[e^{-L/r} - e^{-H/r} \right]$$

Συναρτήσεις Ωφελείας

- **Η τιμή του r είναι ίση με το <u>μικρότερο</u> Υ για το οποίο οι δύο ακόλουθες αποφάσεις είναι ισοδύναμες:**



- **Η τιμή του r εξαρτάται από α) τη συμπεριφορά ως προς τον κίνδυνο και β) την παρούσα κατάσταση αυτού που θα λάβει την απόφαση.**

ΔΕΝΤΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Δομή Προβλημάτων Λήψης Αποφάσεων

- **Προβλήματα που αφορούν στη λήψη πολλών διαδοχικών αποφάσεων ή/και αποφάσεων τα αποτελέσματα των οποίων εξαρτώνται από τις τιμές πολλών παραμέτρων, μοντελοποιούνται με τη χρήση των <u>Δέντρων Αποφάσεων</u> (*Decision Trees*).**

Χρησιμότητα

- **Ένα δέντρο αποτυπώνει τις αποφάσεις που πρέπει να παρθούν, τα γεγονότα / ενδεχόμενα που μπορεί να επισυμβούν και τα αποτελέσματα που σχετίζονται με συνδυασμούς αποφάσεων και γεγονότων. Σε κάθε πιθανό ενδεχόμενο μπορούν να επιμεριστούν πιθανότητες πραγματοποίησης.**

Συστατικά Στοιχεία

- **Ένα δέντρο αποφάσεων αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία:**

1) **Κόμβοι αποφάσεων (*decision nodes*).**
2) **Κλάδοι αποφάσεων (*decision branches*).**
3) **Κόμβοι ενδεχομένων (*event nodes*).**
4) **Κλάδοι ενδεχομένων (*event branches).***
5) **Κόμβοι αποτελεσμάτων (*terminal nodes*).**

Χρόνος

- **Ένα επιπλέον συστατικό στοιχείο των δέντρων αποφάσεων είναι ο χρόνος.**
- **Οι κόμβοι αποφάσεων και ενδεχομένων τοποθετούνται σε χρονική σειρά. Ωστόσο, η θέση ενός κόμβου ενδεχομένων αντιστοιχεί στο χρόνο που γίνεται γνωστό το αποτέλεσμά του και όχι απαραίτητα στο χρόνο που αυτό συνέβη.**
- **Ο χρόνος σε ένα δέντρο αποφάσεων εξελίσσεται από τα αριστερά προς τα δεξιά.**

Παράδειγμα 1

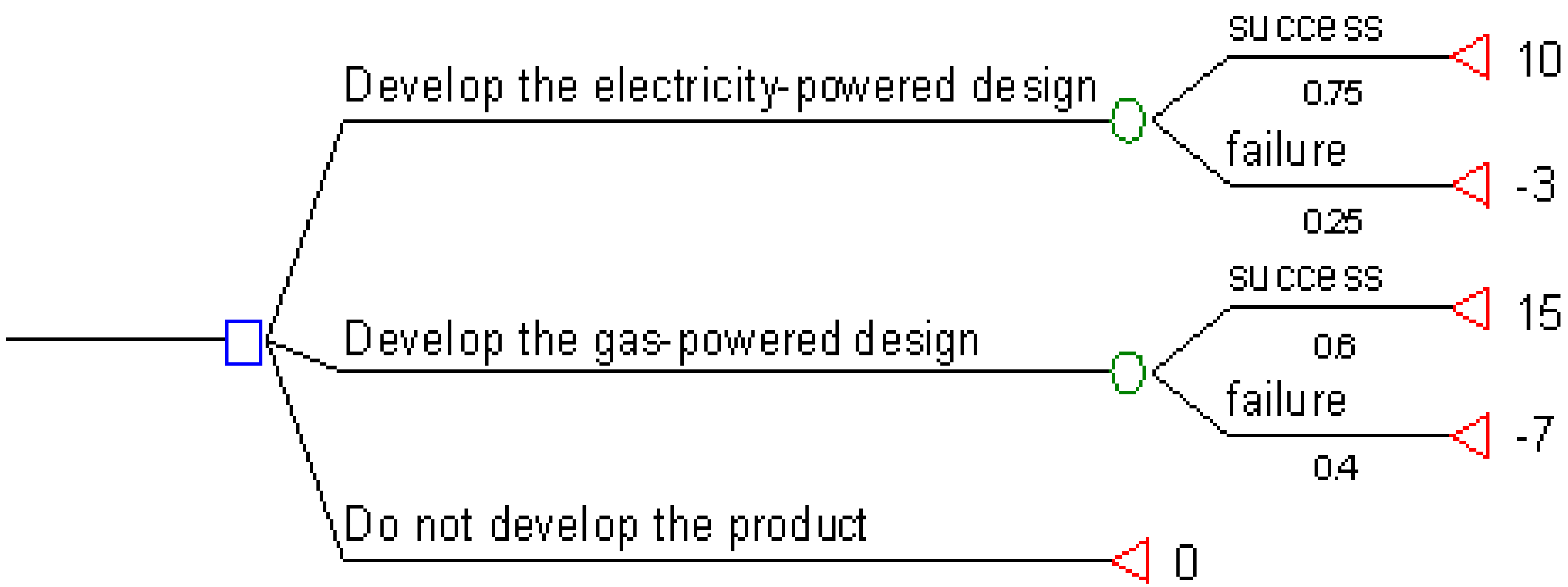
- **Ένας μηχανικός σε εταιρεία κατασκευής βιομηχανικού εξοπλισμού πρέπει να γνωμοδοτήσει για την ανάπτυξη μιας νέας συσκευής. Η συσκευή μπορεί να σχεδιαστεί ώστε να λειτουργεί είτε με ηλεκτρισμό είτε με φυσικό αέριο. Ωστόσο, λόγω διαφορετικών απαιτήσεων σχεδιασμού, μόνο ένα από τα δύο σχέδια μπορούν να υλοποιηθούν. Η υλοποίηση του σχεδίου με ηλεκτρισμό θα στοιχίσει 3 εκατ. € ενώ του σχεδίου με φυσικό αέριο 7 εκατ. €.**

Παράδειγμα 1

- **Ο μηχανικός εκτιμά ότι υπάρχει 75% πιθανότητα να επιτύχει η εταιρεία την ανάπτυξη του σχεδίου που θα λειτουργεί με ηλεκτρισμό, οπότε και τα αναμενόμενα κέρδη αντιστοιχούν σε 10 εκατ. €. και μόνο 60% πιθανότητα να επιτύχει ο σχεδιασμός της εκδοχής με το φυσικό αέριο, οπότε και τα αναμενόμενα κέρδη αντιστοιχούν σε 15 εκατ. €.**

Παράδειγμα 1

- **Το δέντρο αποφάσεων του προβλήματος:**

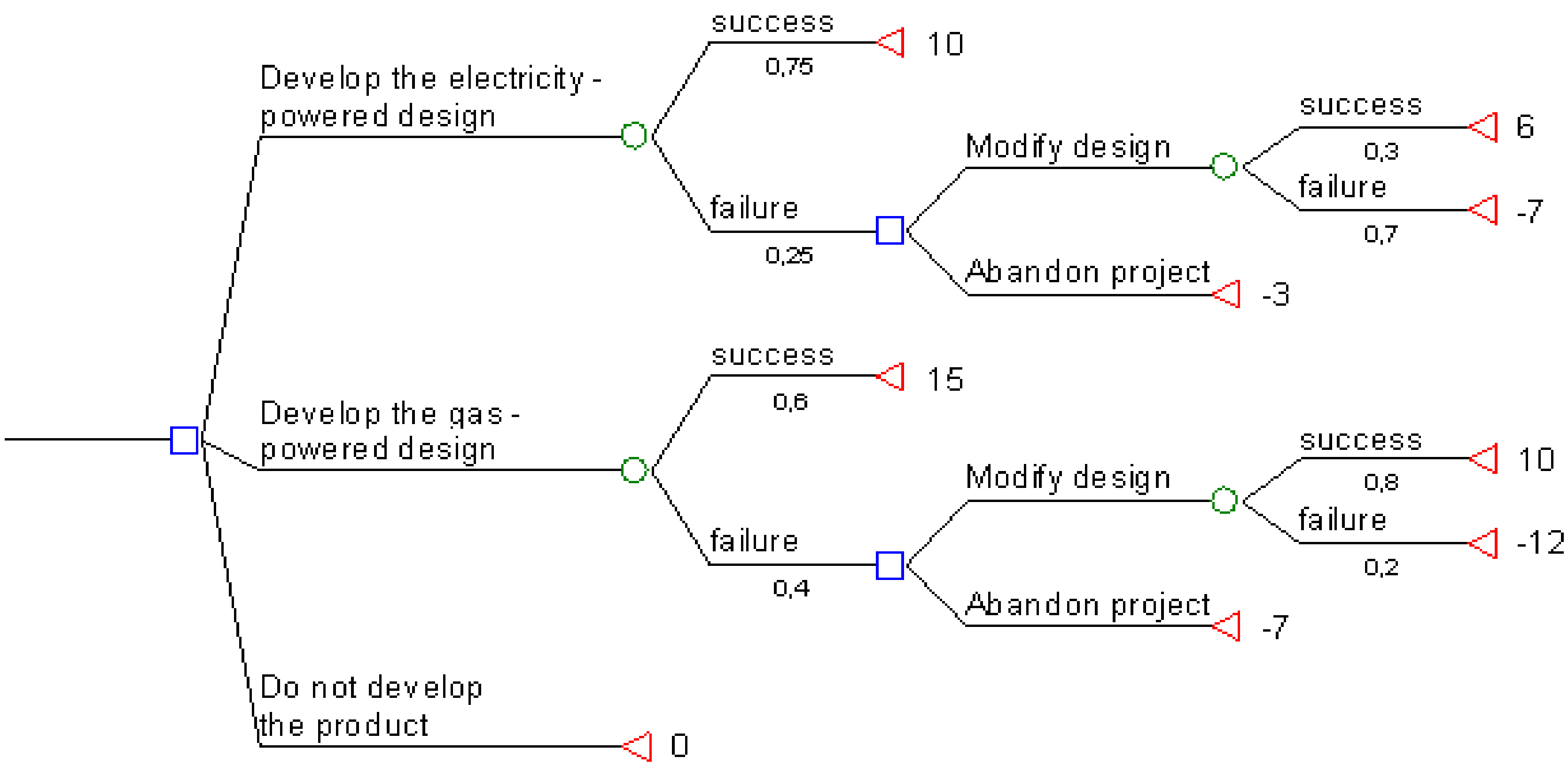


Παράδειγμα 1

- **Μετά την εξέταση του προηγούμενο δέντρου, ο μηχανικός συνειδητοποιεί ότι σε περίπτωση αποτυχίας ενός σχεδίου, υπάρχει η δυνατότητα υλοποίησης μιας επιπλέον επένδυσης προς την κατεύθυνση της τροποποίησης του σχεδίου αυτού.**
- **Εκτιμά ότι η πιθανότητα επιτυχούς ανασχεδιασμού του σχεδίου με τον ηλεκτρισμό είναι μόνο 30% και το εκτιμώμενο επιπλέον κόστος 4 εκατ. €, ενώ το σχέδιο με το φυσικό αέριο έχει 80% πιθανότητα να τροποποιηθεί επιτυχώς με μια επιπρόσθετη επένδυση 5 εκατ. €.**

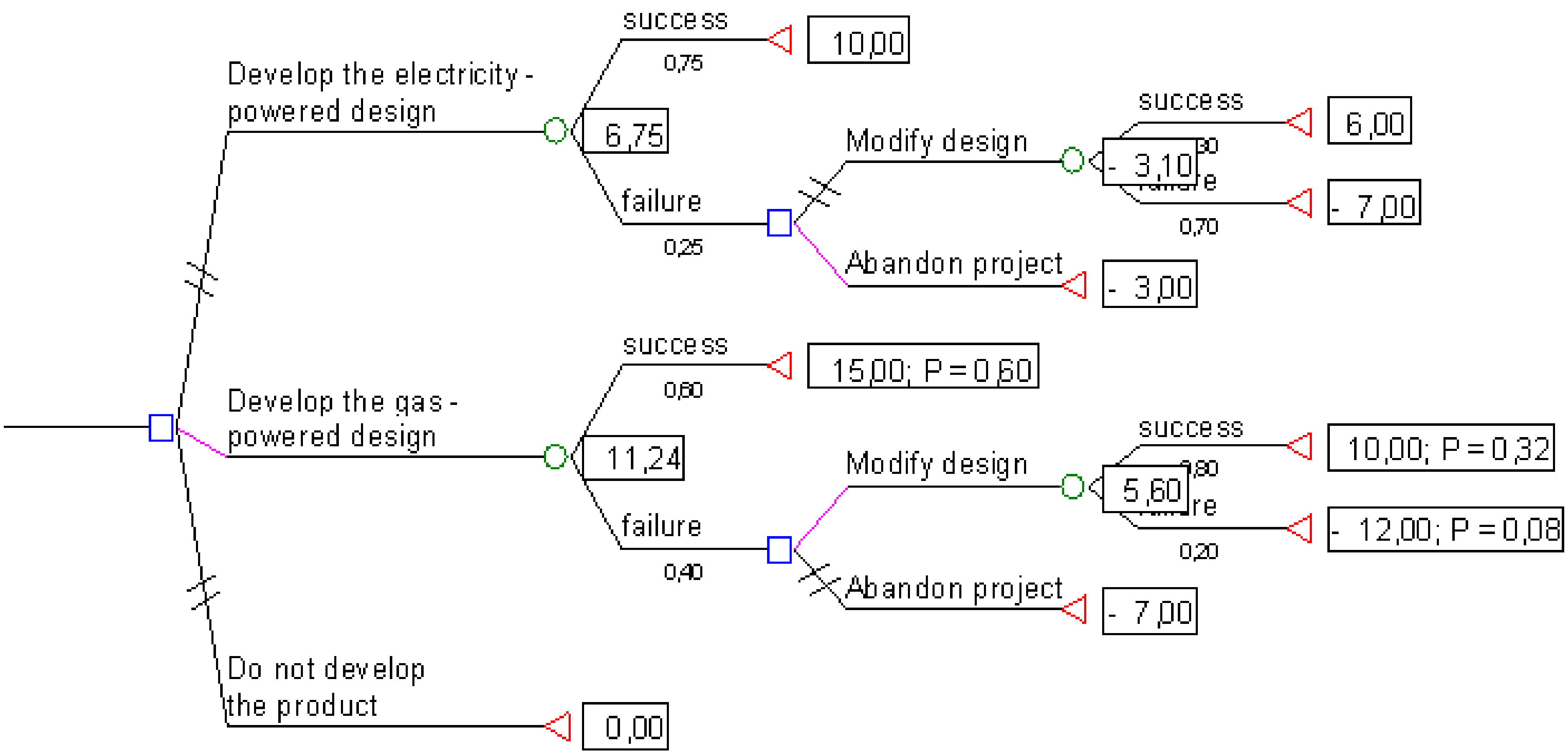
Παράδειγμα 1

- **Το νέο δέντρο αποφάσεων του προβλήματος:**



Παράδειγμα 1

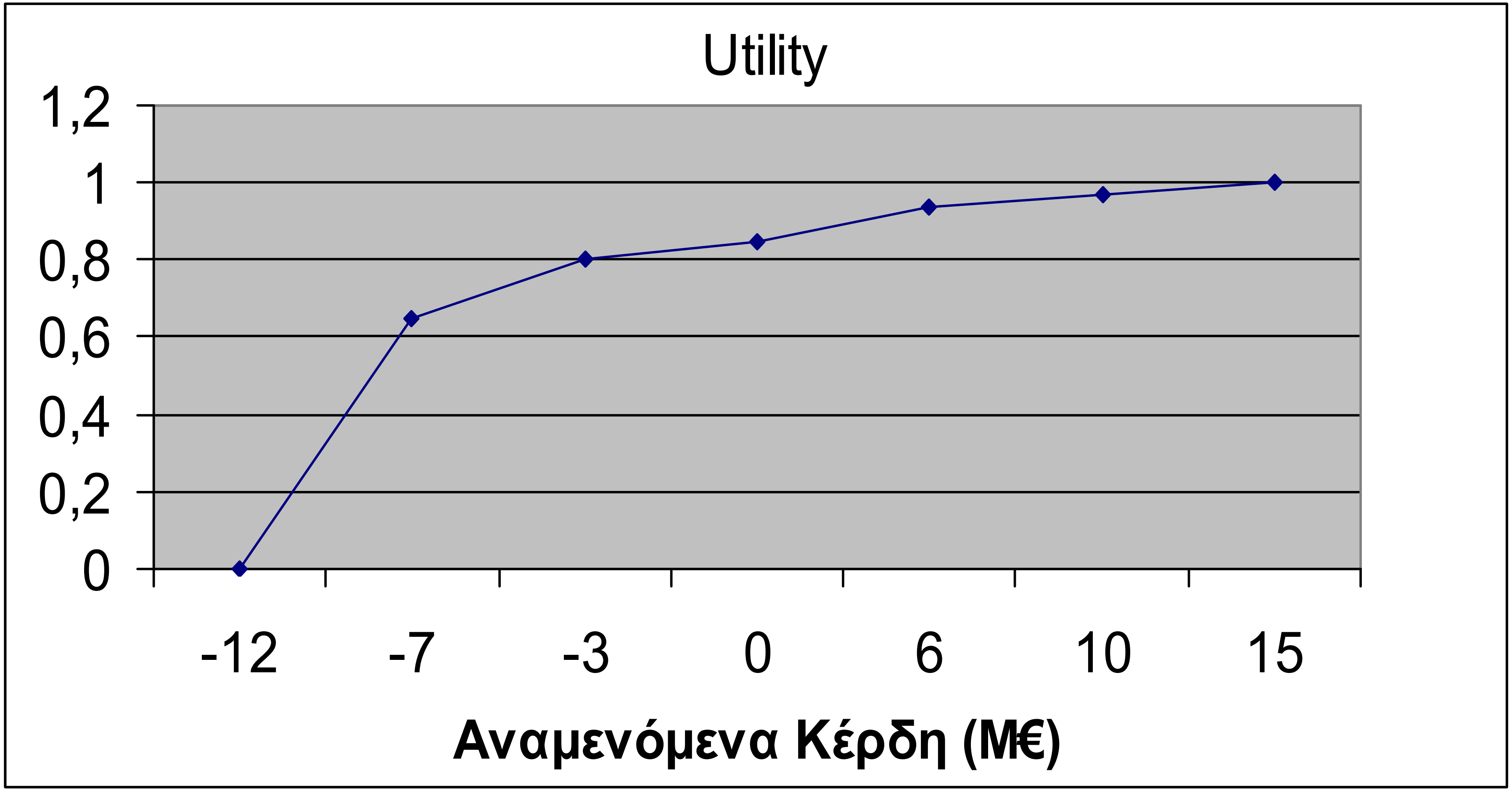
- **Επίλυση του δένδρου αποφάσεων του προβλήματος:**



Παράδειγμα 1

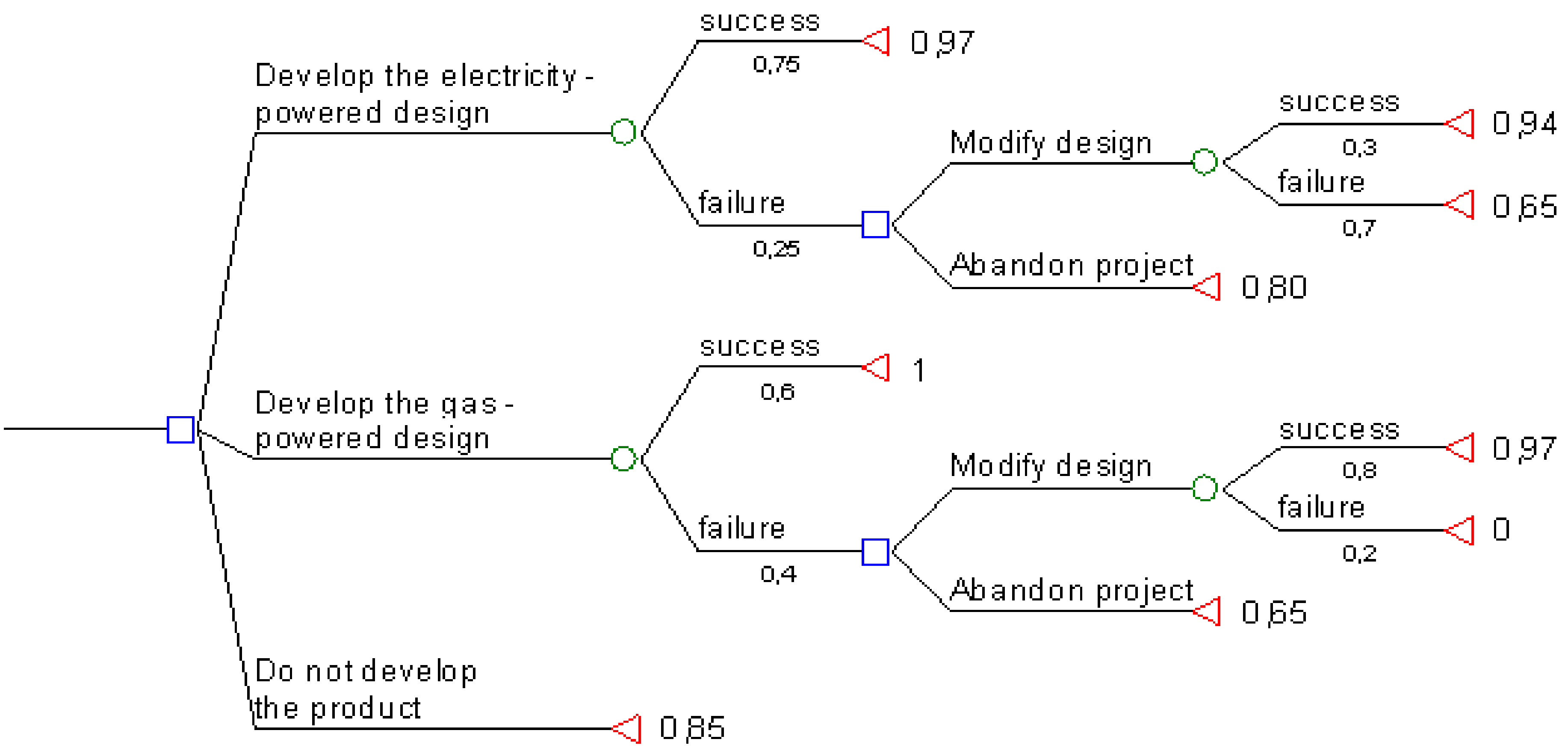
- **Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το κριτήριο της Μέγιστης Αναμενόμενης Αξίας. Ωστόσο, ο μηχανικός του προβλήματος δεν είναι ουδέτερος απέναντι στον κίνδυνο, καθώς θεωρεί ότι μια μεγάλη απώλεια χρημάτων για την εταιρεία θα βλάψει τις προοπτικές της καριέρας του.**
- **Έστω ότι η καμπύλη ωφελείας που περιγράφει το βαθμό που είναι διατεθειμένος να αναλάβει ρίσκο είναι αυτή του σχήματος που ακολουθεί:**

Παράδειγμα 1



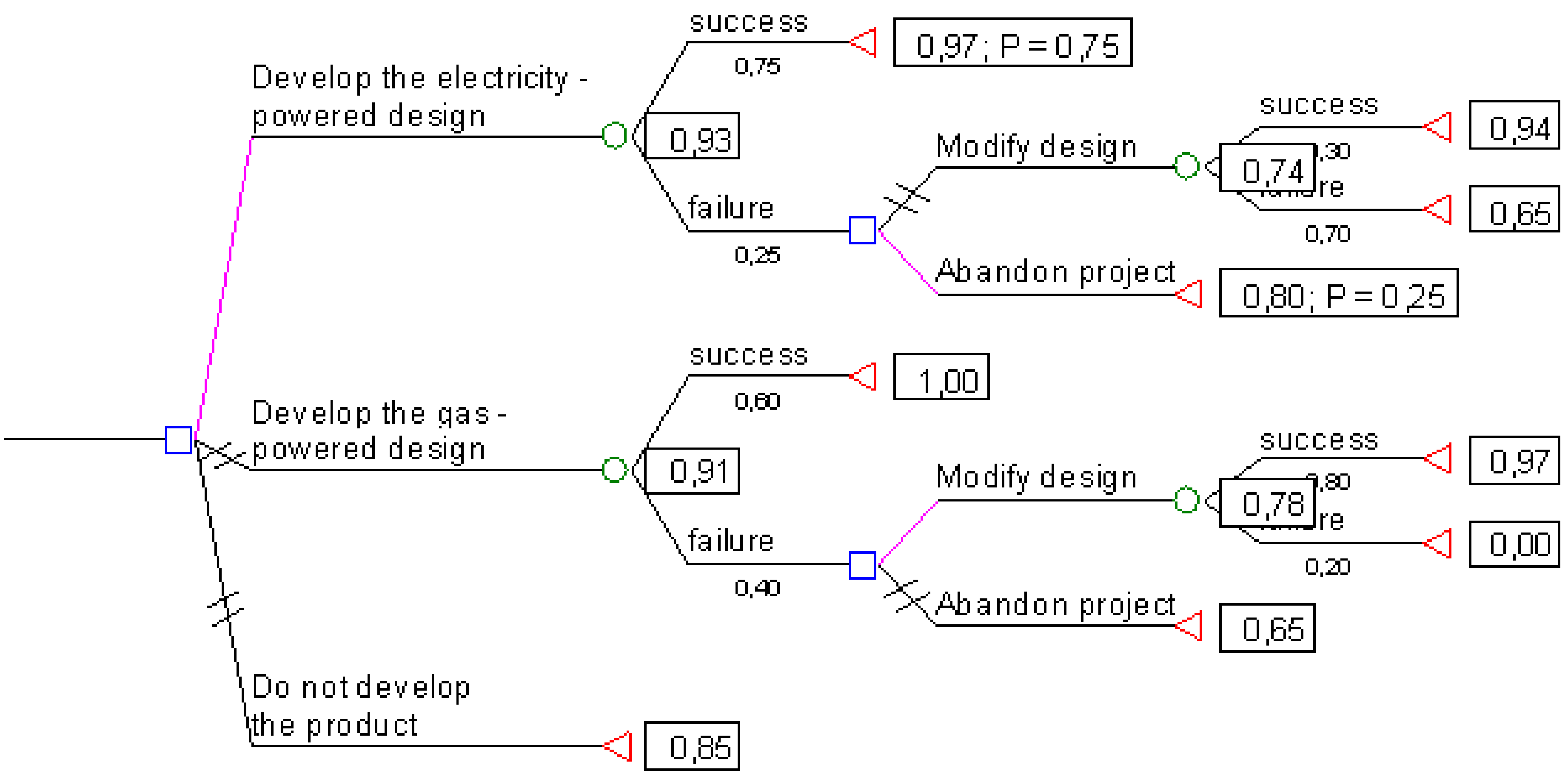
Παράδειγμα 1

- **Το νέο δέντρο αποφάσεων του προβλήματος:**



Παράδειγμα 1

- **Επίλυση του δέντρου αποφάσεων του προβλήματος:**



Παράδειγμα 2

- **Ένα κατάστημα πωλήσεων λιανικής πρέπει να αποφασίσει εάν θα διατηρήσει υψηλό ή χαμηλό επίπεδο αποθεμάτων από ένα συγκεκριμένο προϊόν για τη χρονιά που έρχεται. Ο πίνακας αποτελεσμάτων για τα ενδεχόμενα κέρδη είναι ο ακόλουθος:**

	Ενδεχόμενα		Αναμενόμενα
Απόφαση	**Χαμηλή ζήτηση**	**Υψηλή ζήτηση**	**κέρδη**
Χαμηλά επίπεδα	80.000 €	140.000 €	116.000 €
Υψηλά επίπεδα	20.000 €	220.000 €	140.000 €
Πιθανότητα	0,4	0,6	

Παράδειγμα 2

- **Πριν λάβει την απόφασή του, το κατάστημα λαμβάνει μια πρόγνωση πωλήσεων σύμφωνα με την οποία η ζήτηση για το προϊόν αναμένεται να είναι υψηλή.**
- **Στο παρελθόν, σε περιπτώσεις υψηλής ζήτησης οι προγνώσεις είχαν προβλέψει σωστά σε ποσοστό 75%. Ωστόσο, σε περιπτώσεις χαμηλής ζήτησης οι προγνώσεις είχαν προβλέψει λανθασμένα σε ποσοστό 20%.**

Παράδειγμα 2

- **Αναζητώ τα:**

  P(χαμηλή ζήτηση / πρόγνωση για υψηλή ζήτηση)

  P(υψηλή ζήτηση / πρόγνωση για υψηλή ζήτηση)

- **Όταν γνωρίζω ότι:**

  P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση / υψηλή ζήτηση) = 0,75

  P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση / χαμηλή ζήτηση) = 0,20

  Αρχική P(υψηλή ζήτηση) = 0,60

  Αρχική P(χαμηλή ζήτηση) = 0,40

Παράδειγμα 2

- **P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση / υψηλή ζήτηση) = 0,75**

  Αρχική P(υψηλή ζήτηση) = 0,60

  P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση AND υψηλή ζήτηση) = 0,75 * 0,60 = 0,45

- **P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση / χαμηλή ζήτηση) = 0,20**

  Αρχική P(χαμηλή ζήτηση) = 0,40

  P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση AND χαμηλή ζήτηση) = 0,20 * 0,40 = 0,08

Παράδειγμα 2

- **P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση AND υψηλή ζήτηση) = 0,75 * 0,60 = 0,45**
- **P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση AND χαμηλή ζήτηση) = 0,20 * 0,40 = 0,08**
- **Άρα:**

P(πρόγνωση για υψηλή ζήτηση) = 0,45 + 0,08 = 0,53

Παράδειγμα 2

- **P(χαμηλή ζήτηση / πρόγνωση για υψηλή ζήτηση) =**

  0,40 * 0,20 / 0,53 = 0,15

- **P(υψηλή ζήτηση / πρόγνωση για υψηλή ζήτηση) =**

  0,60 * 0,75 / 0,53 = 0,85 = 1 – 0,15

Παράδειγμα 2

- **Ο νέος πίνακας αποτελεσμάτων:**

Απόφαση	**Ενδεχόμενα**		**Αναμενόμενα κέρδη**
	Χαμηλή ζήτηση	**Υψηλή ζήτηση**	
Χαμηλά επίπεδα	80.000 €	140.000 €	131.000 €
Υψηλά επίπεδα	20.000 €	220.000 €	190.000 €
Πιθανότητα	0,15	0,85	

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Πριν από ένα χρόνο, η σοδειά ενός παραγωγού γεωργικών προϊόντων χτυπήθηκε από έναν ιό που κατέστρεψε το μεγαλύτερο μέρος της.**
- **Από τότε, πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από ενέργειες για την εξάλειψη του ιού αυτού από το έδαφος. Ο γεωπόνος που είχε την εποπτεία των σχετικών ενεργειών, εκτιμά ότι υπάρχει 70% πιθανότητα ο ιός να έχει εξαλειφθεί πλήρως.**

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

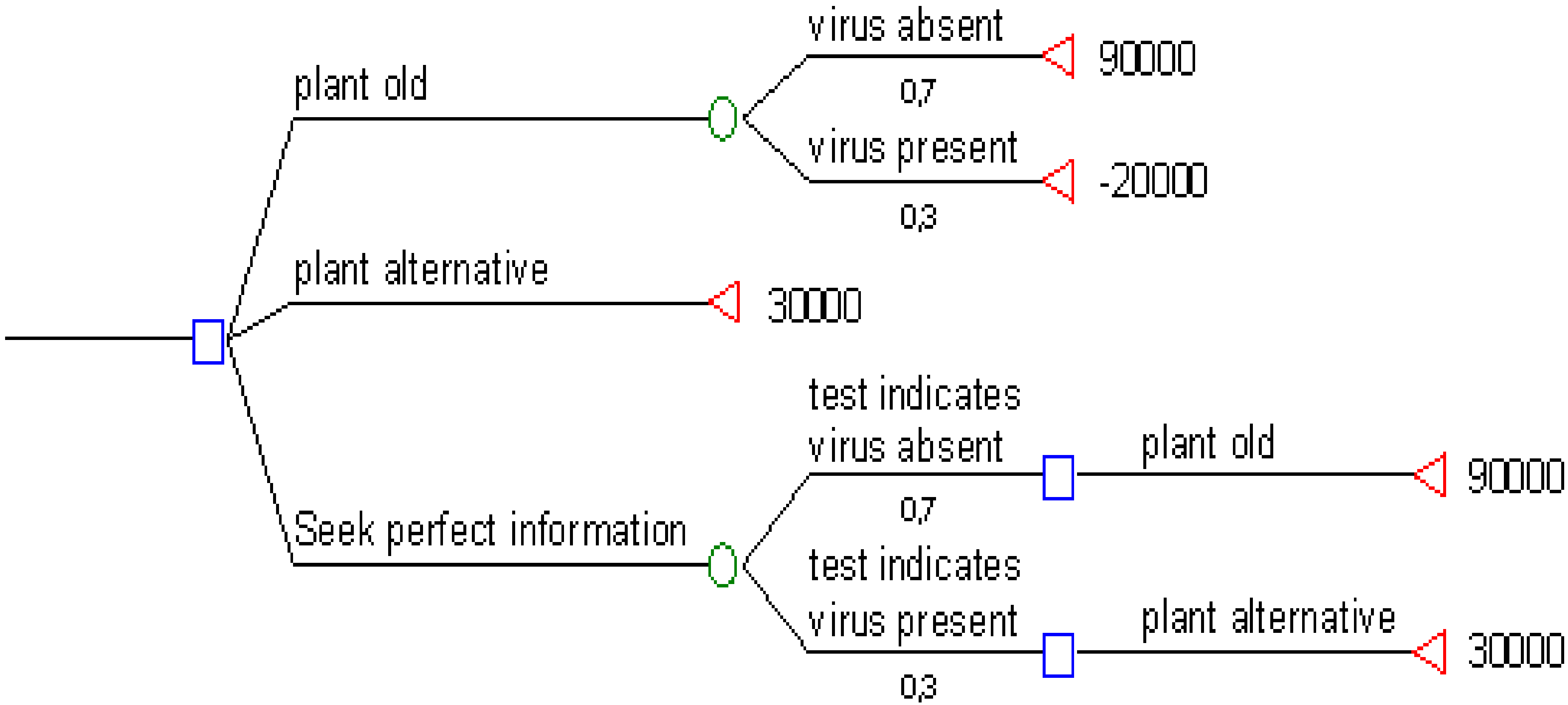
- **Ο παραγωγός πρέπει να αποφασίσει για την πολιτική που θα ακολουθήσει τη χρονιά που έρχεται. Έχει 2 επιλογές:**
  1) **Μπορεί να επαναλάβει την ίδια καλλιέργεια. Εάν ο ιός εξακολουθεί να υπάρχει στο έδαφος, θα χάσει 20.000 €. Ωσόσο, εάν ο ιός έχει όντως εξαλειφθεί, αναμένει καθαρό κέρδος 90.000 €.**
  2) **Μπορεί να αλλάξει είδος καλλιέργειας και να περιμένει ένα σχεδόν βέβαιο κέρδος 30.000 €.**

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Ο παραγωγός μαθαίνει ότι υπάρχει ένα εργαστήριο που μπορεί να διεξάγει ελέγχους για τον εντοπισμό του ιού στο έδαφος. Ωστόσο, δεν γνωρίζει πόσο ακριβή είναι τα αποτελέσματα των ελέγχων ούτε πόσο θα κοστίσουν αυτοί.**
- **Με την παραδοχή πως τα αποτελέσματα είναι απολύτως ακριβή, ποιο είναι το μέγιστο ποσό που αξίζει να πληρώσει ο παραγωγός για τη διεξαγωγή των ελέγχων;**

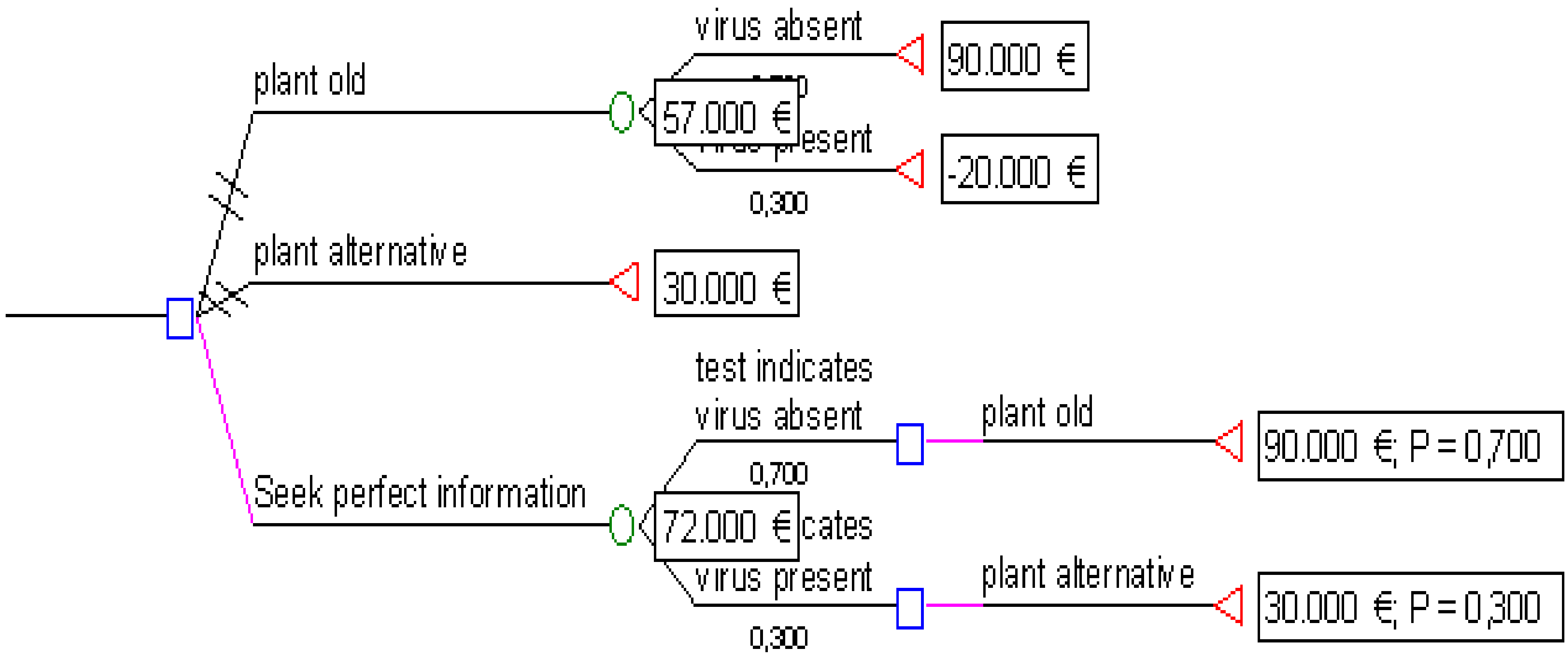
Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Το δέντρο αποφάσεων του προβλήματος είναι:**



Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Η επίλυση του δέντρου αποφάσεων:**



Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

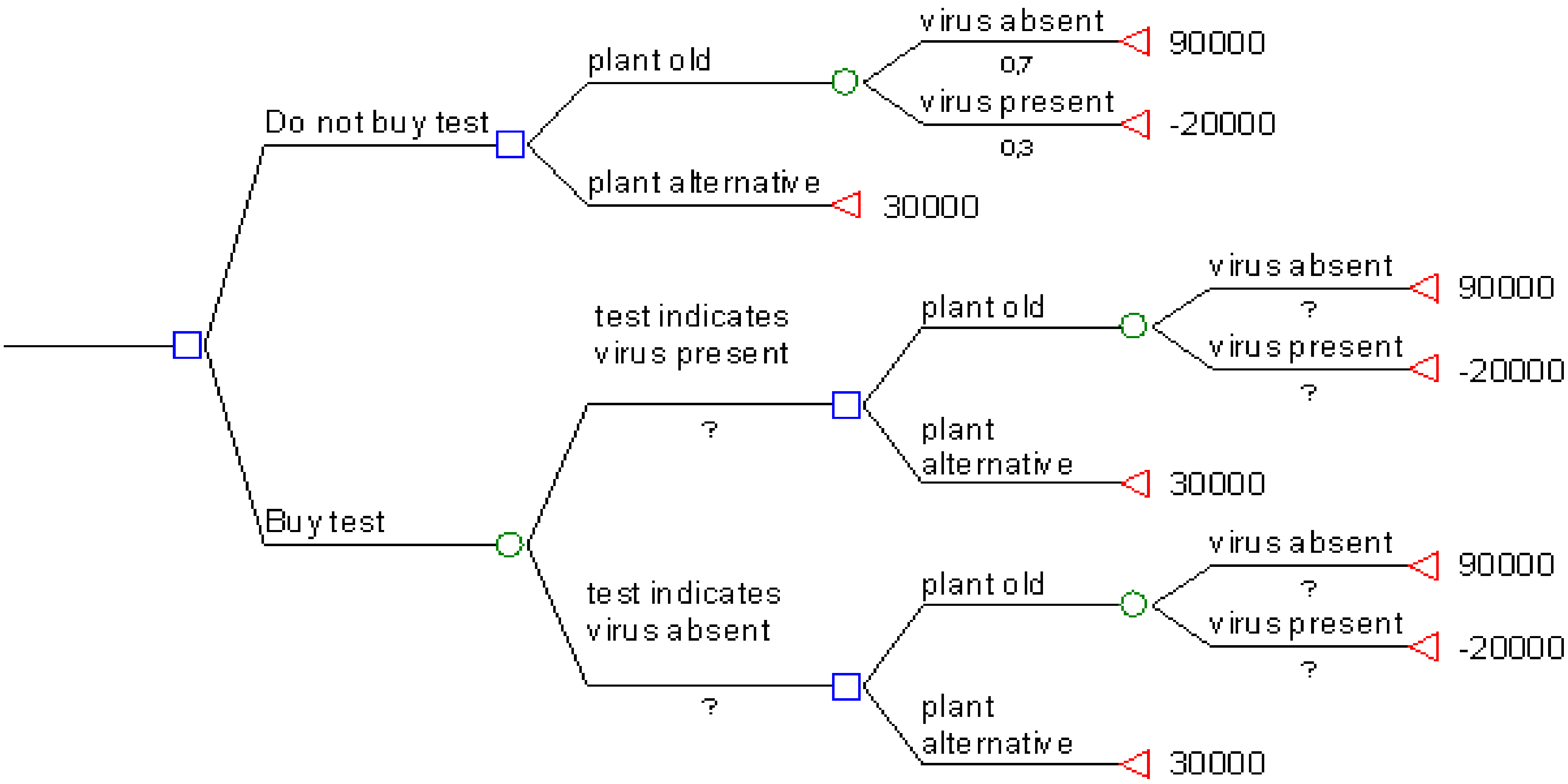
- **Η προηγούμενη ανάλυση δείχνει ότι η βέλτιστη επιλογή είναι η αναζήτηση της επιπλέον πληροφορίας.**
- **Η διαφορά 72.000 € - 57.000 € = 15.000 € ονομάζεται αναμενόμενη αξία της πλήρους πληροφορίας (*Expected value of perfect information - EVPI*) και αποτελεί το άνω όριο των χρημάτων που αξίζει να πληρώσει ο παραγωγός για τη διεξαγωγή των ελέγχων.**

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Έστω ότι ο παραγωγός πληροφορείται πως οι εν λόγω έλεγχοι δεν είναι απολύτως αξιόπιστοι.**
- **Συγκεκριμένα, εάν ο ιός υπάρχει ακόμα στο έδαφος οι έλεγχοι έχουν πιθανότητα 90% να τον ανιχνεύσουν, ενώ εάν ο ιός έχει εξαλειφθεί, υπάρχει 20% πιθανότητα οι έλεγχοι να εντοπίσουν λανθασμένα την παρουσία του.**
- **Πόσο αξίζει να πληρώσει ο παραγωγός για τη διενέργεια των ελέγχων;**

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Το νέο δέντρο αποφάσεων του προβλήματος είναι:**



Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Αναζητώ τα**

  P(test indicates present)

  P(test indicates absent)

  P(virus present / test indicates present)

  P(virus present / test indicates absent)

  P(virus absent / test indicates present)

  P(virus absent / test indicates absent)

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Όταν γνωρίζω:**

P(virus present) = 0,30

P(virus absent) = 0,70

P(test indicates present / virus absent) = 0,20

P(test indicates absent / virus absent) = 1 - 0,20 = 0,80

P(test indicates present / virus present) = 0,90

P(test indicates absent / virus present) = 1 - 0,90 = 0,10

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **P(test indicates present AND virus absent) =**

  = P(test indicates present / virus absent) * P(virus absent) =

  = 0,20 * 0,70 = 0,14

- **P(test indicates present AND virus present) =**

  = P(test indicates present / virus present) * P(virus present) =

  = 0,90 * 0,30 = 0,27

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **P(test indicates present) = 0,14 + 0,27 = 0,41**
- **P(test indicates absent) = 1 – 0,41 = 0,59**
- **P(virus present / test indicates present) =**

  = 0,30 * 0,90 / 0,41 = 0,66
- **P(virus absent / test indicates present) =**

  = 1 - 0,66 = 0,34

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **P(virus present / test indicates absent) =**

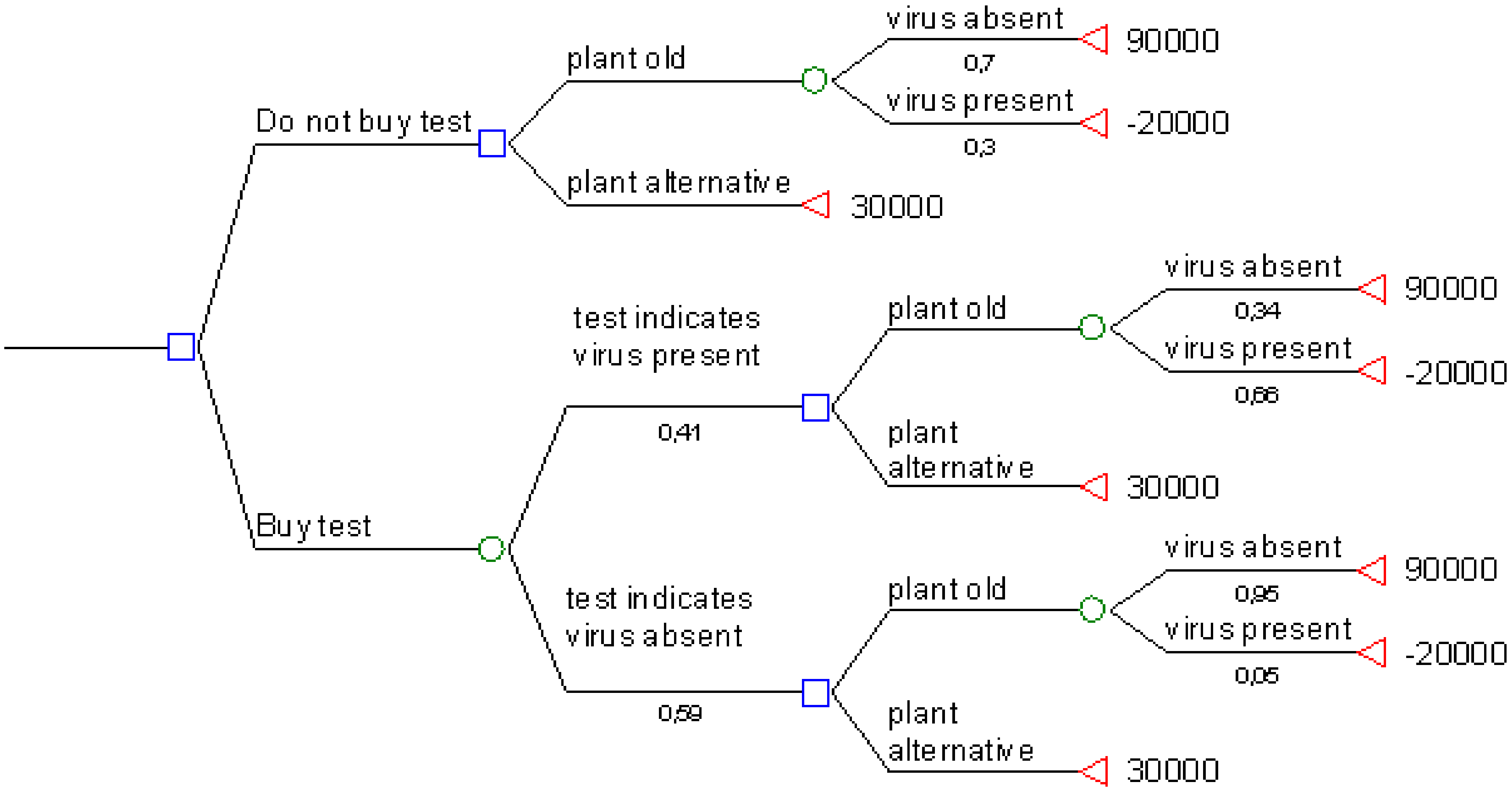
  = 0,30 * 0,10 / 0,59 = 0,05

- **P(virus absent / test indicates absent) =**

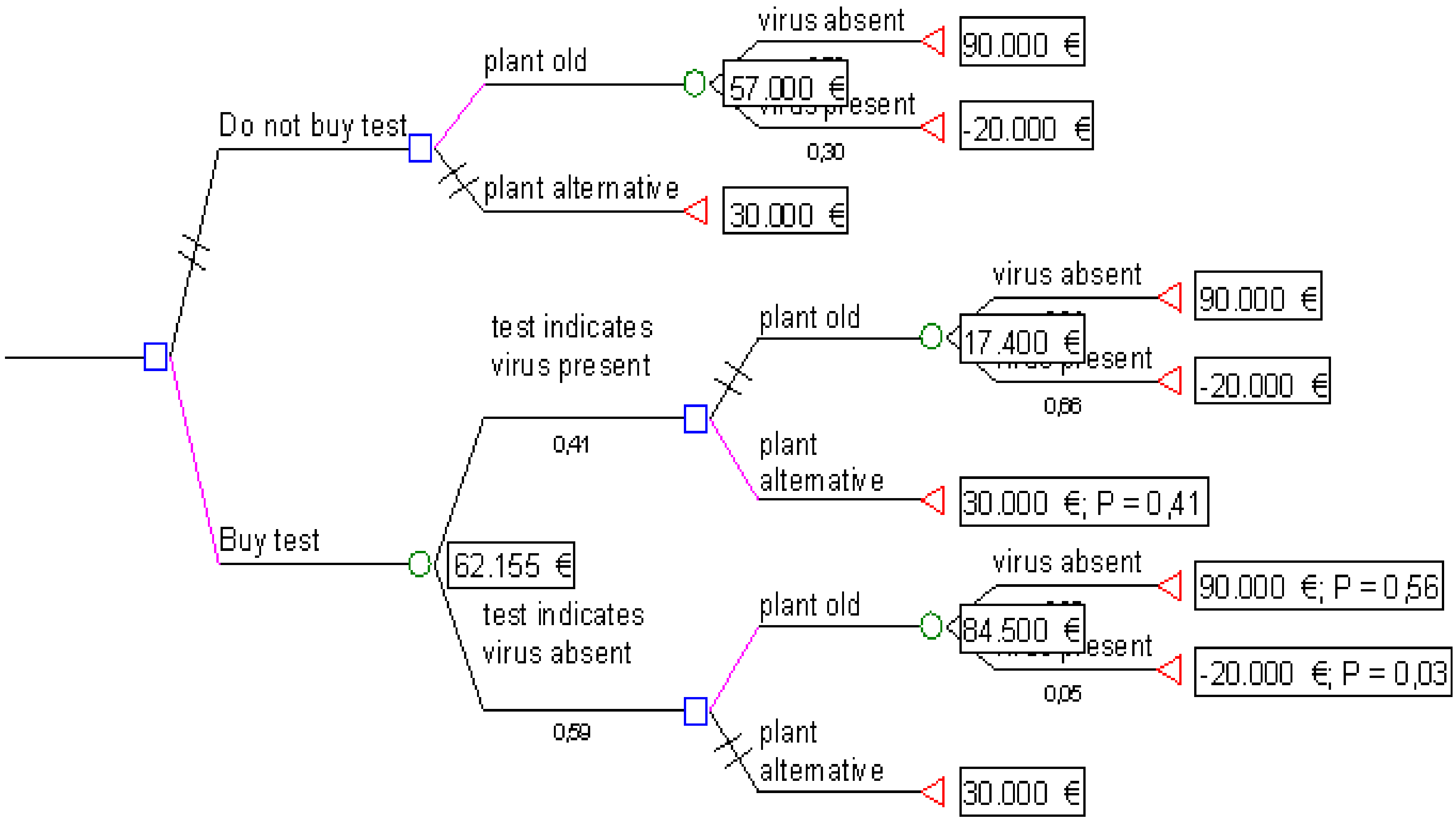
  = 1 - 0,05 = 0,95

- **Το δέντρο αποφάσεων συμπληρώνεται ως εξής:**

Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας



Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας



Παράδειγμα 3 – Η αξία της πληροφορίας

- **Η προηγούμενη ανάλυση δείχνει ότι η βέλτιστη επιλογή είναι η αναζήτηση της επιπλέον πληροφορίας.**
- **Η διαφορά 62.155 € - 57.000 € = 5.155 € είναι η αναμενόμενη αξία της πληροφορίας αυτής και αποτελεί το άνω όριο των χρημάτων που αξίζει να πληρώσει ο παραγωγός για τη διεξαγωγή των ελέγχων.**

Παράδειγμα 4

Μια επιχείρηση σκέφτεται να εισαγάγει μια νέα γεύση μπισκότων. Η αρχική εκτίμηση είναι πως η πιθανότητα να αρέσει η νέα γεύση στο 60% των καταναλωτών είναι 0,5 και 0,5 η πιθανότητα να αρέσει μόνο στο 30% των καταναλωτών.

Εάν εισαγάγει τη νέα γεύση στα super market, αναμένει κέρδη 500.000 € εάν το 60% τουλάχιστον των καταναλωτών συμπαθήσουν τη γεύση και απώλειες 300.000 € διαφορετικά.

Εάν εισαγάγει τη νέα γεύση στα σχολεία, αναμένει κέρδη 200.000 € εάν το 60% τουλάχιστον των καταναλωτών συμπαθήσουν τη γεύση και απώλειες 100.000 € διαφορετικά.

Παράδειγμα 4

Η επιχείρηση μπορεί πάντα να μην εισαγάγει τη νέα γεύση και να έχει 0 € κέρδη / ζημίες.

α) Ποια απόφαση μεγιστοποιεί το αναμενόμενο κέρδος P της επιχείρησης;

$$E(P \mid SM) = 0,5 \cdot 500.000 + 0,5 \cdot (-300.000) = 100.000$$

$$E(P \mid \Sigma\chi) = 0,5 \cdot 200.000 + 0,5 \cdot (-100.000) = 50.000$$

$$E(P \mid Nothing) = 0$$

Η απόφαση να εισαγάγει τη νέα γεύση στα super markets.

Παράδειγμα 4

β) Ποια είναι η αναμενόμενη αξία της πλήρους πληροφορίας (EVPI);

Η αναμενόμενη αξία της πλήρους πληροφορίας ισούται με το αναμενόμενο κέρδος αν η επιχείρηση είχε τέλεια πληροφορία (γνώριζε το ποσοστό των καταναλωτών που θα συμπαθήσουν τη νέα γεύση) <u>μείον</u> το μέγιστο αναμενόμενο κέρδος που μπορεί να επιτύχει χωρίς την πληροφορία αυτή.

Παράδειγμα 4

Αν η επιχείρηση είχε τέλεια πληροφορία, θα εισήγαγε τη νέα γεύση στα super markets αν αυτή άρεσε στο 60% των καταναλωτών, διαφορετικά δεν θα έκανε τίποτα. Άρα το αντίστοιχο αναμενόμενο κέρδος θα είναι:

$$0{,}5 \cdot 500.000 + 0{,}5 \cdot 0 = 250.000 \text{ €.}$$

Το μέγιστο αναμενόμενο κέρδος χωρίς την παραπάνω πληροφορία είναι (ερώτημα α): 100.000 €.

Άρα EVPI = 250.000 – 100.000 = 150.000 €

Παράδειγμα 4

Η εν λόγω επιχείρηση δέχεται μια προσφορά από μια εταιρεία διενέργειας ερευνών αγοράς που τιμολογεί με 100 € κάθε καταναλωτή που θα λάβει μέρος στην έρευνα.

γ) Ποιο είναι το μέγιστο μέγεθος δείγματος που συμφέρει οικονομικά την επιχείρηση;

Αν N το μέγεθος του δείγματος, θα πρέπει:

$$100 \cdot N \leq 150.000 \Leftrightarrow N = 1.500$$

Παράδειγμα 4

δ) Έστω ότι η εταιρεία ερευνών αγοράς ρωτά 2 καταναλωτές. Αν R = (0, 1, 2) είναι ο αριθμός όσων από αυτούς είναι θετικοί προς τη νέα γεύση, χρησιμοποιείστε τη διωνυμική κατανομή για να βρείτε την πιθανότητα κάθε τιμής του R με δεδομένες τις αρχικές πιθανότητες τα ποσοστά των καταναλωτών που συμπαθούν τη νέα γεύση να είναι 30% και 60%.

Παράδειγμα 4

P(R=0|60%) = BINOMDIST(0;2;0,6;FALSE) = 0,16

P(R=1|60%) = BINOMDIST(1;2;0,6;FALSE) = 0,48

P(R=2|60%) = BINOMDIST(2;2;0,6;FALSE) = 0,36

P(R=0|30%) = BINOMDIST(0;2;0,3;FALSE) = 0,49

P(R=1|30%) = BINOMDIST(1;2;0,3;FALSE) = 0,42

P(R=2|30%) = BINOMDIST(2;2;0,3;FALSE) = 0,09

Παράδειγμα 4

P(R|% enjoying new flavor)		**% enjoying new flavor**	
		60%	**30%**
R	0	0,16	0,49
	1	0,48	0,42
	2	0,36	0,09

Παράδειγμα 4

$P(R=0\&60\%) = P(R=0|60\%) * P(60\%) = 0,16 * 0,5 = 0,08$

$P(R=1\&60\%) = P(R=1|60\%) * P(60\%) = 0,48 * 0,5 = 0,24$

$P(R=2\&60\%) = P(R=2|60\%) * P(60\%) = 0,36 * 0,5 = 0,18$

$P(R=0\&30\%) = P(R=0|30\%) * P(30\%) = 0,49 * 0,5 = 0,245$

$P(R=1\&30\%) = P(R=1|30\%) * P(30\%) = 0,42 * 0,5 = 0,21$

$P(R=2\&30\%) = P(R=2|30\%) * P(30\%) = 0,09 * 0,5 = 0,045$

Παράδειγμα 4

P(R&% enjoying new flavor)		**% enjoying new flavor**		
		60%	**30%**	**P(R)**
R	0	0,08	0,245	0,325
	1	0,24	0,21	0,45
	2	0,18	0,045	0,225

Παράδειγμα 4

ε) Βρείτε τις αναθεωρημένες (*updated*) βάσει του δείγματος πιθανότητες για τα ενδεχόμενα το ποσοστό των καταναλωτών που είναι θετικοί προς τη νέα γεύση να είναι 30% και 60%.

Παράδειγμα 4

$$P(60\%|R=0) = P(R=0|60\%) * P(60\%) / P(R=0) = 0{,}246$$

$$P(60\%|R=1) = P(R=1|60\%) * P(60\%) / P(R=1) = 0{,}533$$

$$P(60\%|R=2) = P(R=2|60\%) * P(60\%) / P(R=2) = 0{,}8$$

$$P(30\%|R=0) = P(R=0|30\%) * P(30\%) / P(R=0) = 0{,}754$$

$$P(30\%|R=1) = P(R=1|30\%) * P(30\%) / P(R=1) = 0{,}467$$

$$P(30\%|R=2) = P(R=2|30\%) * P(30\%) / P(R=2) = 0{,}2$$

Παράδειγμα 4

P(% enjoying new flavor | R)		% enjoying new flavor	
		60%	**30%**
R	0	0,246	0,754
	1	0,533	0,467
	2	0,8	0,2

Παράδειγμα 4

στ) Ποια είναι η βέλτιστη πολιτική της επιχείρησης ανάλογα με την τιμή του R; (σχεδιάστε το δέντρο αποφάσεων)

Αν R = 0, η νέα γεύση θα πρέπει να εγκαταληφθεί. Διαφορετικά, θα πρέπει να μπει στα super markets. (βλ. Chapter-2.xls)

Παράδειγμα 4

ζ) Ποια είναι η αναμενόμενη αξία της πληροφορίας από το δείγμα N = 2 (EVSI[2]);

Η αναμενόμενη αξία της πληροφορίας από το δείγμα είναι το αναμενόμενο κέρδος με τη σχετική πληροφορία <u>μείον</u> το μέγιστο αναμενόμενο κέρδος χωρίς την πληροφορία:

$$EVSI = 137.172 - 100.000 = 37.172 \text{ €}$$

Παράδειγμα 4

η) Ποιο είναι το βέλτιστο μέγεθος του δείγματος Ν για την έρευνα αγοράς;

Το βέλτιστο Ν είναι αυτό που <u>μεγιστοποιεί</u> τη συνάρτηση:

Αναμενόμενο κέρδος από έρευνα $= EVSI(N) - 100 \cdot N$